



Ecuaciones e inecuaciones lineales con una incógnita

Resolver la siguiente situación problemática



Se cuenta que la legendaria fundadora de Praga, la reina Libussa de Bohemia, eligió a su consorte entre tres pretendientes, planteándoles el siguiente problema: de un canasto de ciruelas se saca la mitad del contenido y una ciruela más para el primer pretendiente; para el segundo la mitad de lo que quedó y una ciruela más y para el tercero la mitad de lo que entonces quedaba y tres ciruelas más. Si el canasto quedó vacío, ¿cuántas ciruelas tenía el mismo?

Definición de ecuación lineal con una incógnita

Una ecuación es una igualdad que contiene por lo menos una **incógnita**. Las incógnitas son los valores que hay que averiguar y se los representa con letras.

Resolver una ecuación significa hallar los valores que, sustituidos en lugar de la incógnita, hacen que la igualdad sea verdadera.

Las ecuaciones lineales con una incógnita son ecuaciones de la forma $a \cdot x = b$ o cualquier otra equivalente a ella.

¿Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal?

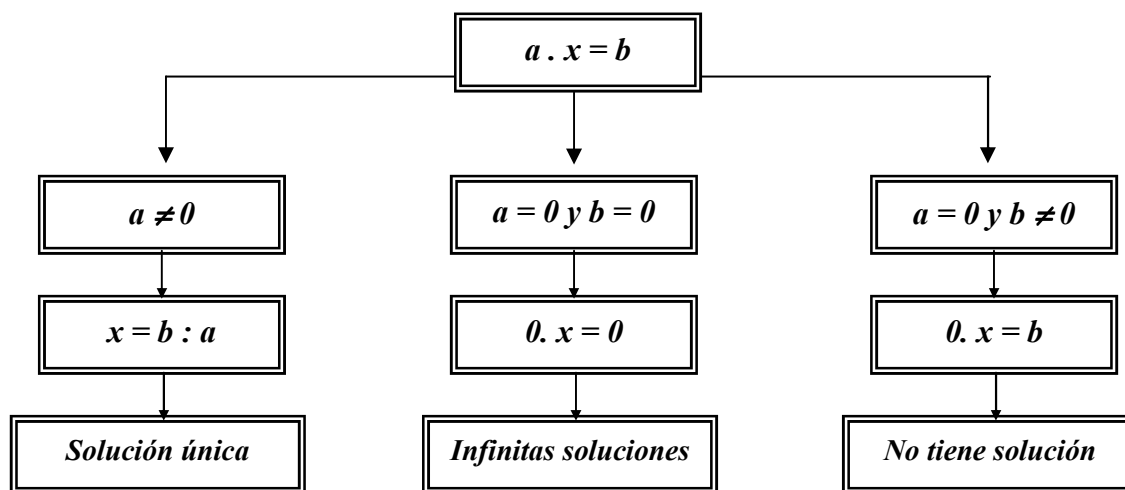
Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 \cdot (x - 6) - \left(\frac{1}{6} - \frac{x}{4}\right) = (x - 2)^3 - \frac{9x - 3}{3}$

b) $(x - 5)^2 - (1 + x) \cdot (x - 1) = -2 \cdot (5x + 3)$

c) $(x - 6)^2 - (x + 8)^2 = -28 \cdot (x + 1)$

En forma sistematizada haremos la discusión de las soluciones de una ecuación lineal



Resolver las siguientes ecuaciones.

- 1) $(3x - 5)^2 = (3x - 6)(3x + 6)$ $R : 61/30$
- 2) $\sqrt[3]{x+4} - 6 = 2$ $R : 508$
- 3) $\frac{3x-1}{2} + 1 = \frac{1}{2} - \frac{1-6x}{2}$ $R : 1/3$
- 4) $(x-1)^2 - (x^2 - 1) = 2 \cdot (1-x)$ $R : \text{infinitas soluciones}$
- 5) $5 + 4x^2 + 3x = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$ $R : -19/4$
- 6) $4 \cdot (x-1) = 3 \cdot \left(2 + \frac{4}{3}x\right)$ $R : \text{no tiene solución}$
- 7) $(x+2) \cdot (x-2) + \frac{5}{3}x \cdot \left(\frac{9}{10}x - 1\right) = \frac{5}{2} \cdot (x-3)^2 + \frac{27}{2}$ $R : 3$
- 8) $(8-x)(x-3) = (6-x)(x-5)$ $R : \text{no tiene solución}$
- 9) $\frac{25}{9} + \left(-\frac{5}{3}x + 1\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{2}{3}x - 1 - \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{9}\right)$ $R : -1$
- 10) $(x-3)^2 - \left(\frac{6x-1}{-2}\right) = (x+5) \cdot (x-5) + 3$ $R : 61/6$
- 11) $\left(\frac{x+4}{x-1}\right) \div \frac{1}{6} + 2 = 5$ $R : -9$

$$12) \frac{x-2}{(x+9)^2} = \frac{0,\overline{3}}{\frac{1}{3}x} \quad R: -81/20$$

$$13) \frac{(x+2)^3 + x^2}{x+1} = (x+3)^2 \quad R: -1/3$$

$$14) \frac{6x-8}{2} + \frac{5x-4}{3} - \frac{3x-2}{4} = \frac{3x-2}{4} - 3 \quad R: 8/19$$

$$15) x \cdot (2x-3)^2 - \left(\frac{48x^2 - x}{4} \right) = 4(x-2)^3 + 1 \quad R: 4/5$$

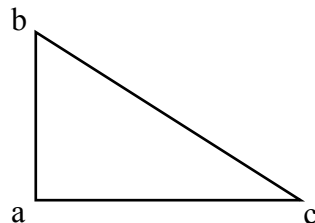
$$16) 2 \cdot [x - (x-3)^2] - \frac{6x-1}{2} = (-2x-4) \cdot (x+3) - \left(\frac{1}{6} - \frac{x}{4} \right) \quad R: 64/249$$

Resolver las siguientes situaciones problemáticas.

- 17) Hallar el perímetro de un rectángulo, sabiendo que la altura es la mitad de la base y su área es de 32 cm^2

R: el perímetro mide 24 cm.

- 18) Calcular el área y perímetro del triángulo rectángulo suponiendo que los lados están expresados en cm.



$$\begin{aligned} \overline{ab} &= x+1 \\ \overline{ac} &= x+2 \\ \overline{bc}^2 &= 2x^2 + 17 \end{aligned}$$

R: el perímetro mide 12 cm y el área 6 cm^2 .

- 19) En un campo se ha sembrado: la séptima parte de su superficie con trigo, la tercera parte de lo que quedaba, con maíz y las 480 hectáreas restantes, con soja. ¿Cuántas hectáreas tiene el campo?

R: 840 hectáreas.

- 20) La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es igual a 80. Averiguar cuántos años tiene cada uno sabiendo que el padre tiene 6 veces la edad del hijo; la hija, la novena parte de la edad del padre; y la madre, la edad del padre menos la diferencia entre las edades del hijo y la hija.

R: 6 años (hijo), 36 años (padre), 4 años (hija) y 34 años (madre).



- 21) De un depósito lleno de líquido se saca la mitad del contenido, después la tercera parte del resto y quedan aún 1600 litros. Calcular la capacidad del depósito.
R: 4800 litros.
- 22) Un tercio de las flores del ramo de clavelinas de distintos colores que Julieta le regaló a su tía Mariana son de color blanco. Un quinto son de color rosa. Tres veces la diferencia entre esos dos números son de color fucsia. La flor preferida de Mariana es de color lila, y de ese tipo había una sola. ¿Cuántas clavelinas de cada color tiene el ramo que regaló Julieta?
R: 5 blancas, 3 rosas, 6 fucsias y 1 lila.
- 23) Durante su primera hora de trabajo, el dueño de un puesto de revistas vendió la cuarta parte de los diarios que tenía y, durante la segunda hora, vendió la sexta parte de los que le quedaban. Contó los ejemplares y notó que aún había 25. ¿Cuántos diarios tenía al principio?
R: 40 diarios.

Resolver la siguiente situación problemática

A un empleado de una inmobiliaria le pagan mensualmente \$ 400 y el 2 % de comisión por las ventas. ¿A cuánto deben ascender sus ventas para que su sueldo mensual supere los \$2000?

.....
.....

Definición de inecuación

Hay enunciados que se traducen mediante **desigualdades**. Las relaciones que se expresan mediante desigualdades se llaman **inecuaciones** y en ellas pueden aparecer una o más incógnitas. Resolver la inecuación significa hallar el conjunto de valores que la hacen cierta. A este conjunto se lo llama **conjunto solución**.

¿Cómo se resuelve una inecuación?

Para poder resolver una inecuación, debemos tener en cuenta algunas propiedades de las desigualdades:

- Si a los dos miembros de una desigualdad se los multiplica o divide por un mismo número positivo, la desigualdad no cambia de sentido.

$$a < b$$
$$a \cdot c < b \cdot c \quad (\text{si } c > 0)$$



• Si a los dos miembros de una desigualdad se los multiplica o divide por un mismo número negativo, la desigualdad cambia de sentido.

$$a < b$$
$$a \cdot c > b \cdot c \quad (\text{si } c < 0)$$

Para resolver una inecuación, se trabaja como en una ecuación, la única diferencia que se debe tener en cuenta es que cuando se multiplica o divide ambos miembros por un número negativo, el sentido de la desigualdad cambia.

Ejemplo:

$$4x - 3 < 7x + 10$$

$$4x - 7x < 13$$

$$-3x < 13$$

$$x > -\frac{13}{3} \quad S = \left] -\frac{13}{3}; +\infty \right[$$

Resolver las siguientes inecuaciones. Expresar el resultado en forma de intervalo y representar gráficamente el conjunto solución.

$$1) \quad -\frac{(4-x)}{2} \leq \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \quad R: [-10; +\infty[$$

$$2) \quad \frac{6x^2 - 5}{2} > x \cdot (3x - 4) \quad R: \left] \frac{5}{8}; +\infty \right[$$

$$3) \quad (x-2)^2 + (2+x)^2 \leq 2 \cdot (x-3)^2 \quad R: \left] -\infty; \frac{5}{6} \right]$$

$$4) \quad (2x+1)^2 < 4 \cdot (x-3) \cdot (3+x) \quad R: \left] -\infty; -\frac{37}{4} \right[$$

$$5) \quad \frac{4x-1}{4} - \frac{2x-4}{3} \geq \frac{3x-2}{4} \quad R: \left] -\infty; \frac{19}{5} \right]$$

$$6) \quad 3 \cdot [x - (3 - 0,2x)] \leq x + 3 - \frac{1}{3}x \quad R:]-\infty; 4]$$

$$7) \quad (3x+2)^2 > 3 \cdot (x-1) \cdot (3x+2) \quad R: \left] -\frac{2}{3}; +\infty \right[$$

$$8) \quad x^2 \cdot (x-6) - \left(\frac{1}{6} - \frac{x}{4} \right) \geq (x-2)^3 - \frac{9x-3}{3} \quad R: \left] -\infty; \frac{82}{105} \right]$$

$$9) \quad (x-3)^2 - \left(\frac{6x-1}{-3} \right) < (x+1) \cdot (x-2) + 3 \quad R: \left] \frac{23}{9}; +\infty \right[$$



$$10) -[x + (-x + 3)^2] - \frac{9x - 1}{2} \leq (-x + 3) \cdot (x - 4) - \left(\frac{1}{3} - \frac{x}{7}\right) \quad R: \left[\frac{161}{279}; +\infty\right[$$

Resolver las siguientes situaciones problemáticas.

- 11) Para ingresar a una universidad, el promedio mínimo exigido es 80 puntos sobre 100. Eduardo sacó 84 y 68 puntos en las dos primeras pruebas. ¿Cuántos puntos como mínimo debe sacar en la última prueba para llegar a aquel promedio o superarlo?
R: [88;100]
- 12) La hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a $3x - 16$ cm y uno de sus catetos es $2x + 5$ cm. ¿Qué valores puede tomar x para que dicho triángulo exista?
R:]21; +∞[
- 13) Dados dos segmentos: $A = \frac{23 + 4x}{2}$ y $B = -3 \cdot (x + 4) + 6$. ¿Qué valores puede tomar x ?
R: $\left] -\frac{23}{4}; -2 \right[$
- 14) Al planear un baile escolar, encuentras que una banda toca por \$250, más el 50% del total de ventas por entradas. Otra banda lo hace por una suma fija de \$550. Para que al colegio le sea más rentable la primera de las bandas, ¿Cuál es el máximo precio que puedes cobrar por entrada, suponiendo que la asistencia será de 300 personas?
R:]0 ; 2 [
- 15) A un albañil se le puede pagar de dos maneras: Plan A: \$300 más \$11 por hora. Plan B: \$18,50 por hora. Supón que una tarea requiera “n” horas de trabajo. ¿Para qué valores de “n” es mejor para el albañil el plan B que el plan A?
R:]40; +∞ [
- 16) En tu nuevo empleo te ofrecen dos planes de pago distintos. Un salario mensual de \$600 más una comisión del 4% sobre el total de ventas, y un salario mensual de \$800 más una comisión del 6% sobre el total de ventas una vez superados los \$10000. ¿Para qué cantidad del total de ventas es mejor el plan A que el plan B, suponiendo que el total de ventas es siempre superior a los 10000 dólares?
R:]10000; 20000 [
- 17) Una fábrica A paga a sus viajantes \$10 por artículo vendido más una cantidad fija de \$500. Otra fábrica B paga \$15 por artículo y un monto de \$300 fijos. ¿Cuántos artículos debe vender el viajante de la fábrica B para ganar más dinero que el de la fábrica A?