

E.E.T N° 6
ANALISIS DE LOS MODELOS CIRCUITALES
2º AÑO ELECTRÓNICA

RESONANCIA

AUTOR: Prof. ALERJANDRO KUC
PUBLICADO EN MARZO DEL 2008



RESONANCIA

Se define como resonancia la condición existente en un circuito de C.A. cuando los valores de la reactancia inductiva y capacitiva son iguales, es decir $X_L = X_C$.

donde:

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

Cuando esto ocurre las reactancias se anulan y por lo tanto el comportamiento del circuito es resistivo, es decir que el ángulo de desfase entre la tensión aplicada y la corriente es cero.

La reactancia capacitiva e inductiva es determinada por el valor del elemento y por la frecuencia de la tensión aplicada. Cuando aumenta la frecuencia de la tensión aplicada, la reactancia inductiva aumenta, mientras que la reactancia capacitiva disminuye, existiendo por lo tanto una frecuencia en que la combinación de la capacidad y la inductancia tendrán valores de reactancia capacitiva e inductiva iguales, a la frecuencia para la cual se cumple esta condición se la llama frecuencia de resonancia del circuito.

FRECUENCIA DE RESONANCIA (f_r)

Para el cálculo de la f_r se debe partir de la igualdad entre la reactancia capacitiva e inductiva del circuito:

$$X_L = X_C$$

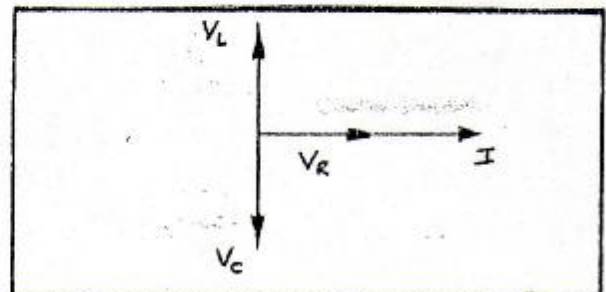
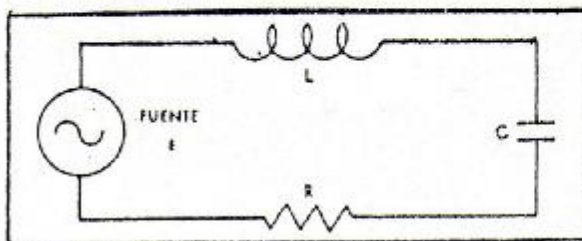
$$2\pi \cdot f_r \cdot L = \frac{1}{2\pi \cdot f_r \cdot C}$$

$$4\pi^2 f_r^2 \cdot L \cdot C = 1$$

$$f_r^2 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot L \cdot C}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

CIRCUITO RESONANTE SERIE





Como en un circuito serie la corriente es la misma para todos los elementos, en el diagrama vectorial se la toma como referencia.

Puesto que en resonancia $X_L = X_C$, lo que trae como consecuencia que $V_L = V_C$ y como están desfasadas 180° entre sí, se anulan, por lo tanto la caída de tensión medida sobre la serie LC será nula, quedando toda la tensión aplicada al circuito sobre la resistencia.

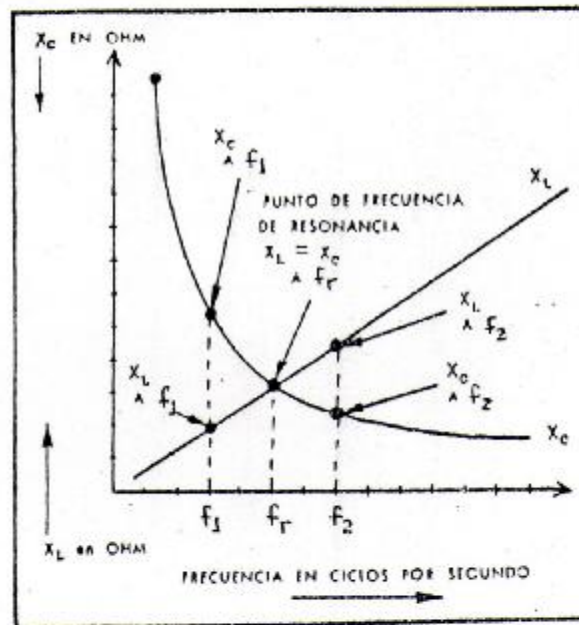
Por esta razón a la resonancia en un circuito serie se la llama resonancia de tensiones.

CURVAS DE REACTANCIA

Se llama curva de reactancia a la representación gráfica de X_L y X_C en función de la frecuencia de la tensión aplicada.

La primera etapa en su construcción es comprender que a frecuencia cero, el capacitor bloquea el flujo de corriente, por lo que se puede considerar que la reactancia del capacitor es infinita, mientras que la reactancia inductiva es nula.

Representando la frecuencia a lo largo del eje de las abscisas y la reactancia sobre el de las ordenadas, se obtiene la gráfica mostrada en la figura:



Puede observarse en la gráfica que al ir aumentando la frecuencia, el valor de X_C va disminuyendo en forma hiperbólica, mientras que el valor de X_L va aumentando en forma lineal.

Nótese que existe un punto en el cual se cortan ambas representaciones, condición en la cual $X_L = X_C$, que corresponde a la frecuencia de resonancia.

Con la ayuda de estas curvas de reactancia puede establecerse una regla utilizable para toda combinación de L, C y R conectadas en serie. Esta establece que en toda frecuencia inferior a la de resonancia, el valor de la reactancia capacitiva será mayor que la inductiva, siendo el comportamiento del circuito capacitivo. De igual manera, una frecuencia mayor que la de resonancia hace que el comportamiento del circuito sea inductivo.

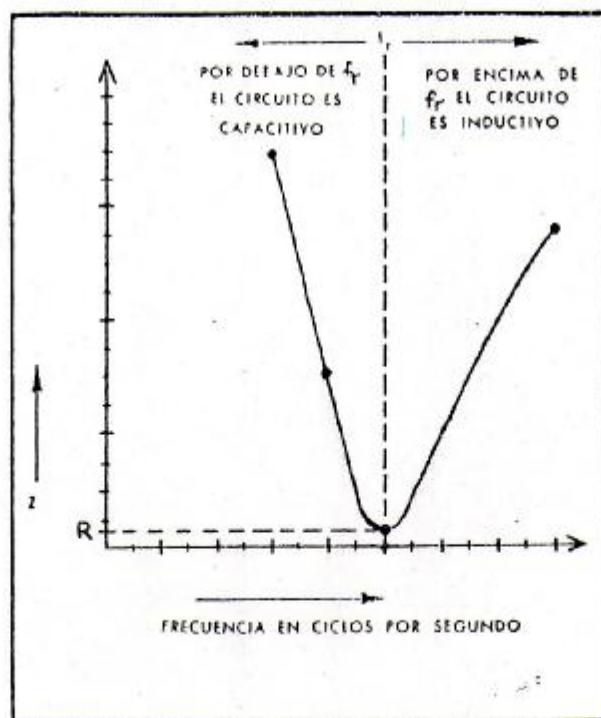


CURVAS DE IMPEDANCIA

En un circuito serie se define la impedancia como:

$$Z = R + j(Xl - Xc)$$
$$|Z| = \sqrt{R^2 + (Xl - Xc)^2}$$

Para mostrar la forma en que la variación de la frecuencia aplicada afecta a la impedancia del circuito serie, se representa la variación de impedancia mediante la curva que se muestra debajo:

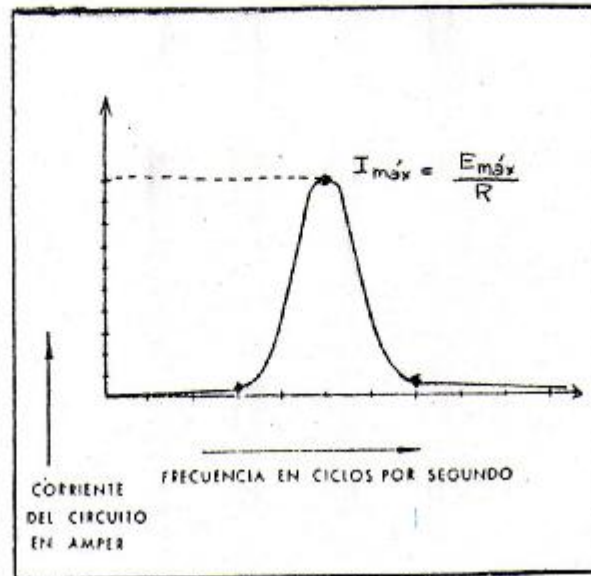


Puede observarse que a la frecuencia de resonancia, la impedancia del circuito es mínima e igual a la resistencia.

Debido a que la reactancia capacitiva aumenta con la recíproca de la frecuencia aplicada, el aumento de la impedancia por debajo de la f_r es muy rápido, mientras que por encima de f_r el aumento de la impedancia es más gradual, puesto que al ser el circuito de carácter inductivo, la reactancia inductiva aumenta en una relación lineal.

CURVAS DE CORRIENTE

Una vez vista la forma en que varía la impedancia del circuito RLC serie en relación con la frecuencia, es posible tomando los valores de impedancia calculados anteriormente y sustituyéndolos en la Ley de Ohm, obtener los puntos para la construcción de la curva de corriente, la cual se muestra a continuación:



Como la corriente en un circuito serie es inversamente proporcional a la impedancia, puede observarse que cuando la impedancia es alta, la corriente es baja y viceversa, por lo tanto en resonancia se tendrá la corriente máxima.

FACTOR DE MÉRITO O CALIDAD (Q)

En electrónica existen varias formas de expresar el factor de mérito o calidad de un circuito. Una de ellas es considerando únicamente la inductancia o la capacidad, o bien determinar el factor de mérito del circuito completo.

FACTOR DE MÉRITO DE INDUCTANCIAS Y CAPACITORES

En la práctica, las inductancias presentan una resistencia que es propia del arrollamiento. Como la frecuencia aplicada determina el valor de X_L y la resistencia del arrollamiento permanece constante para todas las frecuencias, se dice que una bobina tiene alto Q, si es alto el valor de la relación entre X_L y la resistencia del arrollamiento a una frecuencia dada.

$$Q = \frac{X_L}{R}$$

A medida que aumenta la frecuencia, el Q de cualquier bobina también aumenta debido a que aumenta X_L , manteniéndose la resistencia constante.

En el caso de los capacitores, el factor de mérito se calcula de la siguiente manera:

$$Q = \frac{X_C}{R}$$

Nótese que a medida que aumenta la frecuencia, el Q de cualquier capacitor disminuye.



FACTOR DE MÉRITO DE UN CIRCUITO RESONANTE SERIE

Para determinar el Q de un circuito resonante serie, se usa una expresión idéntica a la empleada para obtener el Q de la inductancia o el capacitor, con la salvedad de que la resistencia es en este caso la resistencia total del circuito y el cálculo debe realizarse estando el circuito en resonancia.

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}$$

Si se tiene presente que el Q varía con el aumento o disminución de X_L o X_C , inversamente con todo aumento o disminución de la resistencia del circuito, el cálculo del Q en resonancia puede hacerse de varias formas.

A la frecuencia de resonancia $X_L = X_C$ y los valores de la caída de tensión en la inductancia y la capacitancia hacen iguales.

En consecuencia :

$$Q = \frac{V_L}{V_R} = \frac{V_L}{E} = \frac{V_C}{E}$$

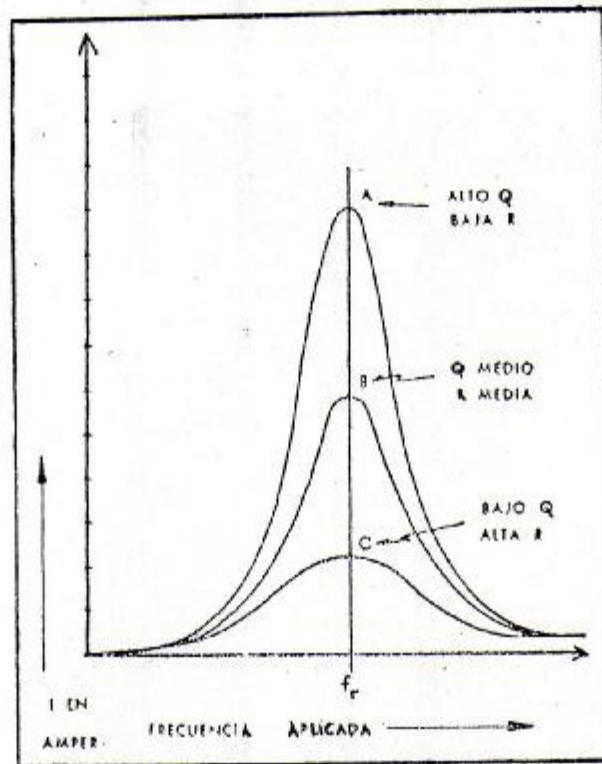
Además se tiene que:

$$Q = \frac{\omega_r \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_r \cdot C \cdot R}$$
$$\omega_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$
$$Q^2 = \frac{\omega_r^2 \cdot L^2}{R^2} = \frac{1}{L \cdot C} \cdot \frac{L^2}{R^2}$$
$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Nótese que si en el circuito se aumenta la resistencia, disminuye el Q, lo que origina que la corriente del circuito en resonancia también disminuya.



En la figura se observa el efecto de los valores de Q y R de un circuito resonante serie sobre su curva de corriente:



De estas curvas puede deducirse que el Q del circuito afecta al flujo de corriente por el mismo. Cuando el Q del circuito es bajo como en la curva C, el circuito, permitirá el paso de más frecuencias próximas a f_r , pues tiene una curva de corriente más ancha y aplanada. Por el contrario, cuando el Q es elevado, como sucede en la curva A, el circuito sólo permitirá el paso de un mínimo de frecuencias próximas a f_r , en este caso se dice que el circuito es más selectivo.

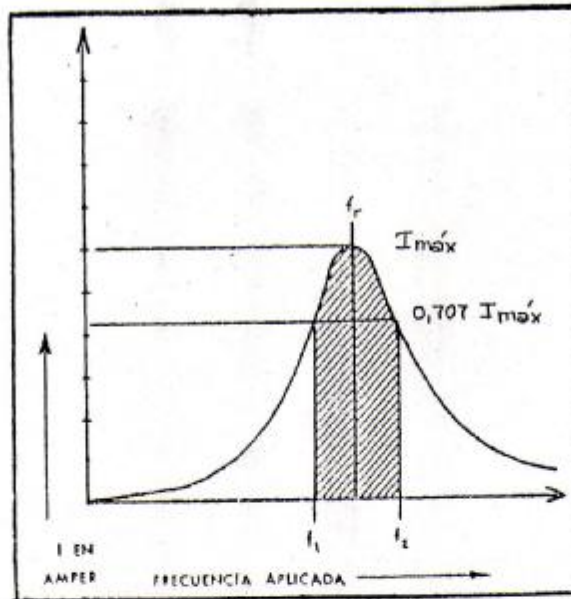
Dado que el circuito resonante permite el paso de frecuencias próximas a f_r , es necesario determinar la banda de frecuencias que dejará pasar, las cuales están comprendidas dentro del ancho de banda del circuito.

ANCHO DE BANDA (AB)

El ancho de banda de un circuito resonante serie incluye todas las frecuencias que el mismo deja pasar libremente. Los límites de frecuencia del AB están comprendidos entre una frecuencia inferior a f_r , llamada f_1 (frecuencia inferior de corte) y una frecuencia superior a f_r , llamada f_2 (frecuencia superior de corte). Las frecuencias de corte se definen como las frecuencias para las cuales se tiene un 70,7% del valor máximo. Esta cifra representa que en las frecuencias de corte se tiene la mitad de potencia que en resonancia, y es un punto separatorio de frecuencias que pasan o no pasan, el cual fue elegido arbitrariamente por convención.



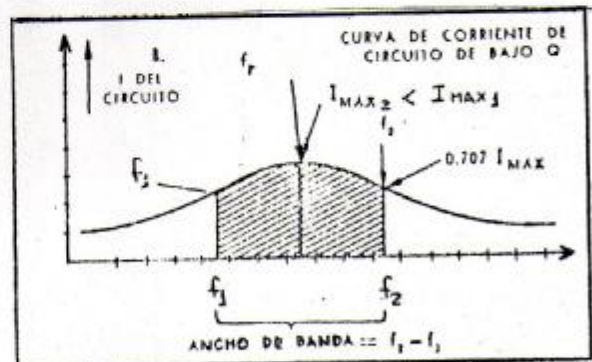
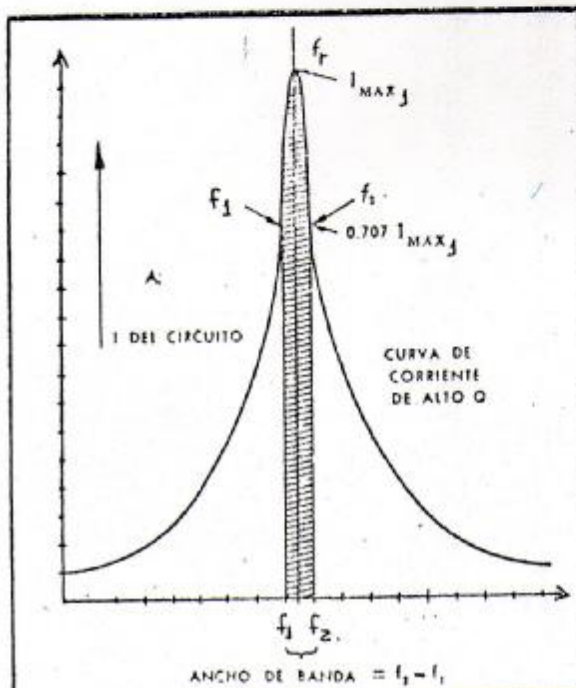
En la figura puede observarse una curva de corriente en la cual se encuentra sombreado el AB del circuito:



La expresión que se utiliza para calcular el AB de un circuito es la siguiente:

$$AB = f_2 - f_1 \quad [\text{Hz}]$$

En la figura siguiente se muestra una curva de corriente de una circuito resonante serie de alto Q y otra de un circuito de bajo Q. En ambas gráficas se representa sombreado al AB.





Debe notarse que aunque la corriente por el circuito de bajo Q es de menor valor, éste deja pasar una banda de frecuencias más amplia.

Puede deducirse que un circuito que tenga la misma f_r , pero un Q menor, tiene un AB mayor, es decir que es menos selectivo.

Conociendo la f_r y el Q de un circuito resonante serie, se puede calcular su AB de la sig. manera:

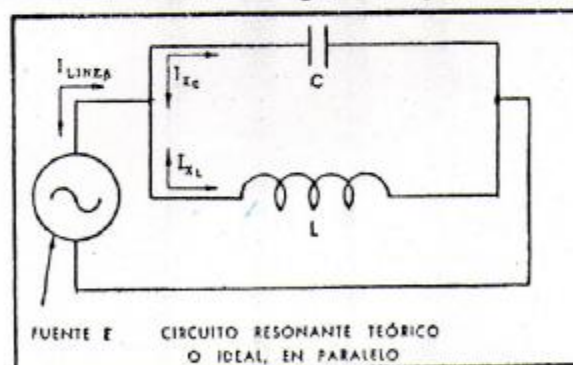
$$AB = \frac{f_r}{Q}$$

Cabe aclarar que esta expresión también es válida para el circuito resonante paralelo.

Para todas las aplicaciones prácticas, el AB de un circuito resonante serie está comprendido mitad por debajo y mitad por encima de f_r . Sin embargo esto es solo una suposición ideal, puesto que la parte superior de la curva de corriente de todo circuito resonante serie no es simétrica con respecto a f_r , pero para la mayoría de las aplicaciones, se la considera simétrica.

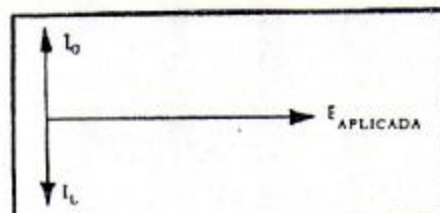
CIRCUITO RESONANTE PARALELO

El circuito resonante o sintonizado en paralelo también se denomina circuito tanque, puesto que puede almacenar energía. Para el análisis de un circuito resonante paralelo se tomará como ejemplo el caso ideal, es decir que no se tiene en cuenta la resistencia del arrollamiento de la inductancia ni la resistencia de pérdida del capacitor. Tal circuito se muestra en la figura de abajo:



En tal caso puede considerarse a cada rama puramente inductiva o capacitiva, existiendo por lo tanto un desfase de 90° entre la tensión aplicada y la corriente de cada rama.

En resonancia, ambas reactancias son iguales, por lo que las corrientes por las ramas capacitiva e inductiva serán iguales, pero desfasadas en 180° como puede observarse en el diagrama fasorial

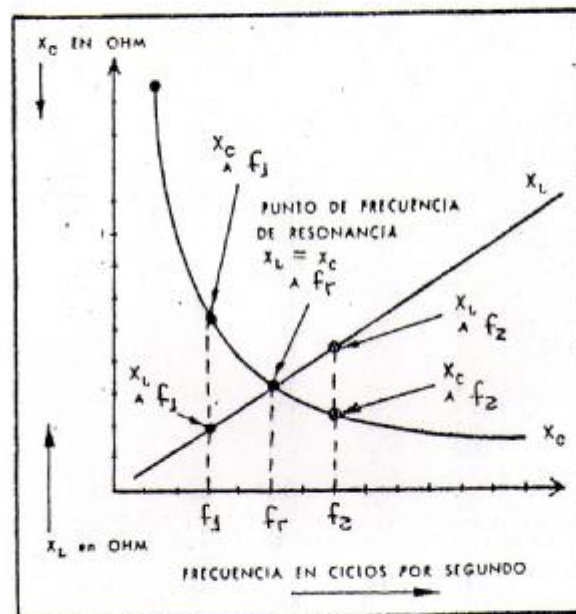




Nótese que en resonancia la corriente total (*I* línea), que es la suma vectorial de las corrientes por las ramas capacitiva e inductiva, es cero. de esta manera, el circuito resulta ser un circuito abierto, lo opuesto a lo que ocurre con un circuito resonante serie ideal, que para resonancia se comporta como un cortocircuito. A la resonancia, para el caso del circuito paralelo, se la llama resonancia de corrientes.

CURVAS DE REACTANCIA

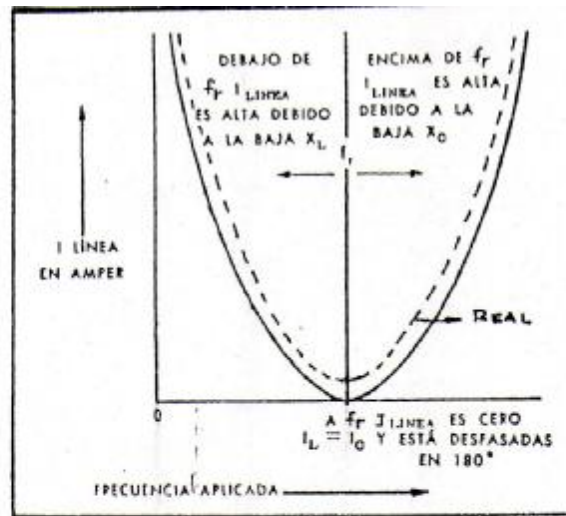
Con un análisis similar al efectuado para el circuito resonante serie, se obtienen las curvas de reactancia para el circuito resonante paralelo.



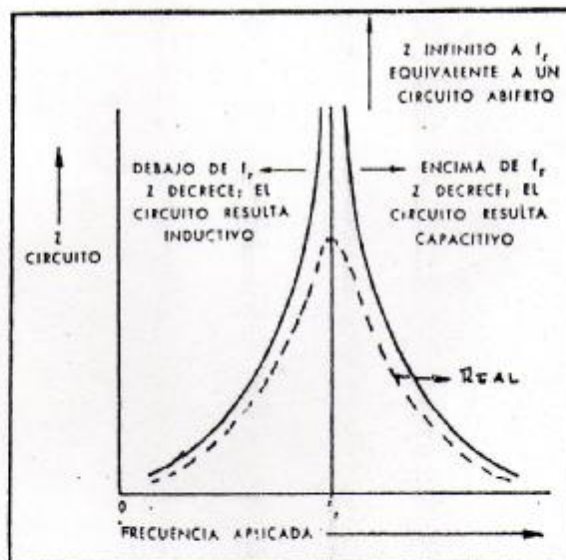
CURVA DE CORRIENTE (*I* línea)

Observando la curva puede notarse que por debajo de f_r comienza a fluir corriente de línea, lo que se debe a la reducción de la reactancia inductiva de la red para frecuencias menores que f_r . Por encima de f_r la corriente de línea también aumenta debido a la reducción de la reactancia capacitiva para frecuencias mayores que f_r .

En el caso de conectarse una resistencia en paralelo con el circuito LC, en resonancia ya no se tendrá corriente nula, sino que aparece un flujo de corriente que dependerá del valor de la resistencia, esta situación se indica con línea de trazos.



CURVA DE IMPEDANCIA



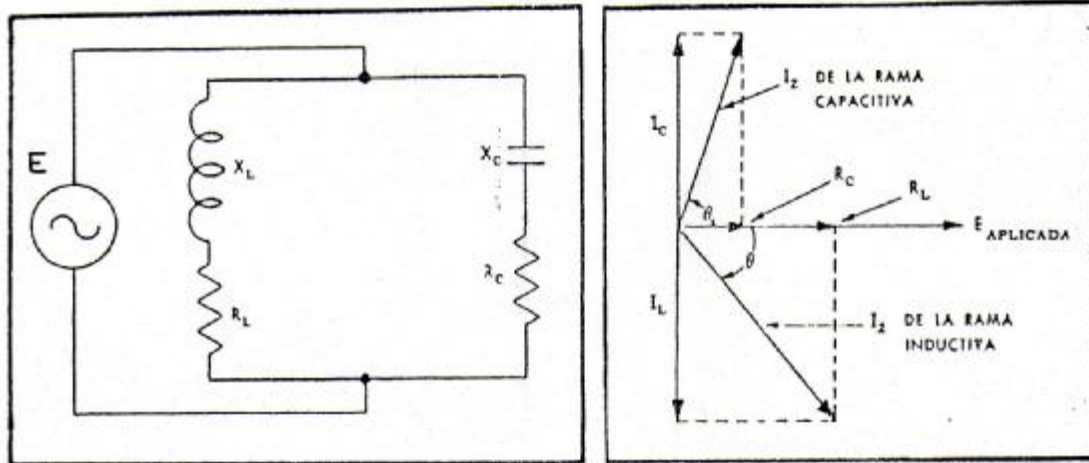
CIRCUITO RESONANTE PARALELO REAL

La diferencia que existe entre un circuito resonante paralelo ideal y real es la presencia de la resistencia.

En la mayoría de los casos, la resistencia del circuito LC paralelo se halla en la rama inductiva. En la rama capacitiva sólo existe la resistencia de pérdida que une el capacitor con el circuito, o bien la del dieléctrico, la cual resulta ser, en condiciones normales, muy elevada por lo que no afecta en gran medida al comportamiento ideal.



En la figura se muestra un circuito LC paralelo real:



Como la resistencia de la rama inductiva es generalmente mayor que la resistencia de la rama capacitiva, los vectores de las impedancias de las ramas se representan como se muestra en el diagrama vectorial.

Se puede comprobar que aunque las corrientes a través de la inductancia y la capacidad puras sean iguales y opuestas, las corrientes por las ramas inductiva y capacitiva del circuito real no son iguales, originando que en resonancia, la corriente total no sea nula.

FACTOR DE MÉRITO (Q)

En un circuito resonante paralelo real, el factor de mérito se define como la relación entre la corriente que circula a través del circuito tanque y la corriente total de línea.

$$Q = \frac{I_{\text{circuito tanque}}}{I_{\text{línea}}}$$

En el cálculo de la corriente a través del tanque, se establece la siguiente suposición:
“La corriente a través del tanque es igual a la corriente que circula por la rama capacitiva, puesto que la resistencia involucrada en esta rama es mucho menor que la resistencia de la rama inductiva, y en la mayoría de los casos hasta despreciable”.

Para simplificar la fórmula de cálculo del Q puede adoptarse esta suposición, de modo que el Q puede definirse como la relación entre la reactancia capacitiva y la impedancia total del circuito en resonancia.

$$Q = \frac{\frac{E}{X_C}}{\frac{E}{Z_{\text{total}}}}$$
$$Q = \frac{Z}{X_C}$$



ANCHO DE BANDA (AB)

Para obtener el AB de un circuito resonante paralelo se procede de la misma manera que para el circuito resonante serie

En la figura se muestra una curva de corriente, sobre la cual se encuentra sombreada la banda pasante de frecuencias

