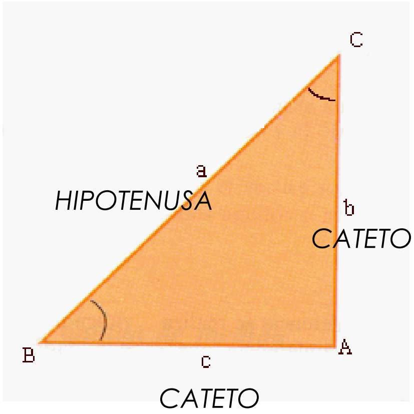
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

INTRODUCCIÓN:

Empecemos con una construcción. Sea el triángulo rectángulo de la figura cuyos lados los llamamos con las letras **a, b** y **c** y sus ángulos con las letras A, B y C.



Con el conjunto de los lados **a, b** y **c** del triángulo rectángulo propuesto vamos a formar todos los grupos posibles tomándolos de dos en dos y los vamos a escribir en forma de fracción:

……………………………………………………………………….

……………………………………………………………………….

……………………………………………………………………….

……………………………………………………………………….

Los valores de **a, b** y **c** expresan las longitudes de los catetos y de la hipotenusa del triángulo rectángulo. La longitud es una magnitud.

Las……… RAZONES obtenidas expresan el cociente de dos longitudes, por tanto el resultado es un número adimensional sin unidad.

Además de los lados, el triángulo rectángulo tiene tres ángulos; uno de ellos es recto y los otros son agudos. Como estas razones se dan en el triángulo rectángulo, las razones anteriores se denominen **razones trigonométricas** que se referirán siempre a un ángulo agudo de un triángulo rectángulo.

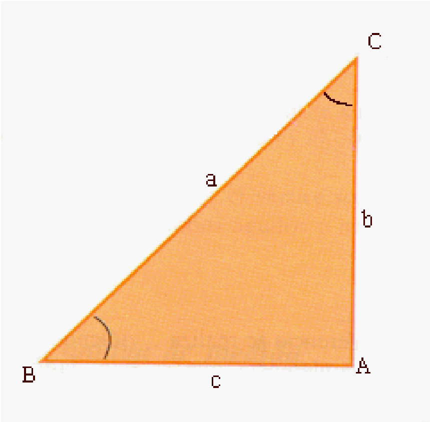
CONCEPTO DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO:

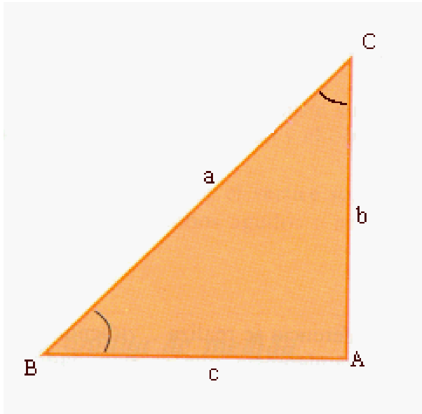
Se llaman RAZONES TRIGONOMÉTRICAS a aquellas que relacionan las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo con los ángulos agudos del mismo.

ACTIVIDAD N°1:

Para cada uno de los **ángulos agudos** de un triángulo rectángulo, uno de los catetos es el adyacente y el otro es el opuesto.

1. Selecciona en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos un ángulo agudo.
2. Indica para cada caso cuál es el cateto opuesto y el adyacente correspondiente.





………

………

………

………

DEFINICIÓN DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS:

Razones trigonométricas	*Definición*	*Para el ángulo agudo ……..*	*Para el ángulo agudo ……..*
SENO	…………………………………………………… ……………………………………………………		
COSENO	…………………………………………………… ……………………………………………………		
TANGENTE	…………………………………………………… ……………………………………………………		
COTANGENTE	…………………………………………………… ……………………………………………………		
SECANTE	…………………………………………………… ……………………………………………………		
COSECANTE	…………………………………………………… ……………………………………………………		

Uso de la calculadora

- ✓ Si lo que se conoce es el ángulo, para calcular las razones trigonométricas se utiliza la calculadora científica y dichos valores se obtienen de la siguiente manera:

sen 30°=	secuencia de teclas:
cos 40°=	secuencia de teclas:
tg 60°=	secuencia de teclas:

- ✓ Si se conoce la razón trigonométrica y se quiere conocer el valor del ángulo:

sen x= 0,48 $\Rightarrow$ x=	secuencia de teclas:
cos x= 0,5 $\Rightarrow$ x=	secuencia de teclas:
tg x= 1,85 $\Rightarrow$ x=	secuencia de teclas:

ACTIVIDAD N°8:

Hallar, con la calculadora, la razón trigonométrica correspondiente:

1. sen 25°=.........................
2. cos 54°=.........................
3. tg 64°=...........................
4. sen 47° 25' 36''=.........................
5. cos 18° 14' 50''=.........................
6. tg 35° 42' 29''=...........................

ACTIVIDAD N°9:

Hallar, con la calculadora, en ángulo correspondiente:

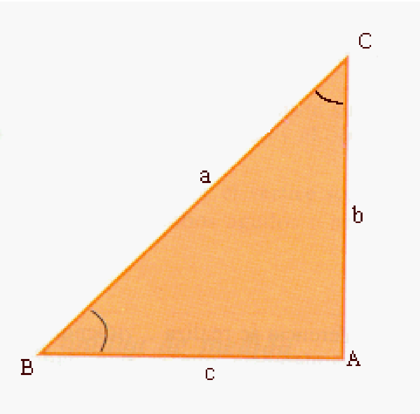
1. sen x= 0,35 $\Rightarrow$ x= ....
2. sen x= 1 $\Rightarrow$ x= ....
3. cos x= 0,82 $\Rightarrow$ x= ....
4. cos x= 0 $\Rightarrow$ x= ....
5. tg x= 1,2 $\Rightarrow$ x= ....
6. tg x= 1 $\Rightarrow$ x= ....

Resolución de triángulos rectángulos

Resolver un triángulo rectángulo significa hallar el valor de los tres lados y de los dos ángulos agudos. Para ello se utiliza el teorema de Pitágoras, la propiedad de los ángulos agudos y las razones trigonométricas. Para ello se debe conocer al menos el valor de uno de sus ángulos agudos y un lado, o el valor de dos de sus lados.

Para calcular los valores desconocidos es conveniente usar los datos y no los resultados obtenidos.

CASO 1: DADOS UN ÁNGULO AGUDO Y UNO DE SUS LADOS



Datos: C= 52° AC= 4 cm

Cálculo de B:..

....

Cateto AB:...

....

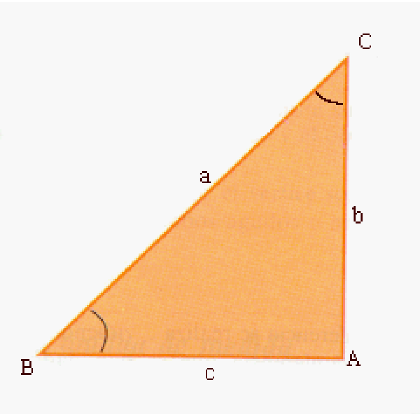
....

Hipotenusa:..

....

....

CASO 2: DADOS DOS LADOS



Datos: AC= 5 cm AB= 8 cm

Ángulo B:..

....

....

Ángulo C:..

....

....

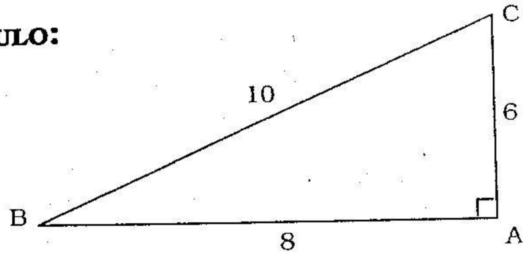
Hipotenusa:..

....

....

ACTIVIDAD N°10:

1- DADO EL SIGUIENTE TRIÁNGULO:



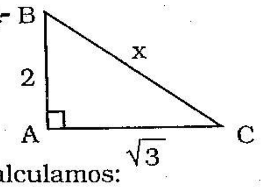
Calculamos:

a- sen $\hat{B}$ **c-** cos $\hat{B}$ **e-** tg $\hat{B}$

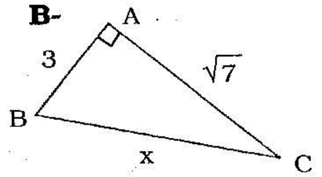
b- sen $\hat{C}$ **d-** cos $\hat{C}$ **f-** tg $\hat{C}$

2- DADOS LOS SIGUIENTES TRIÁNGULOS:

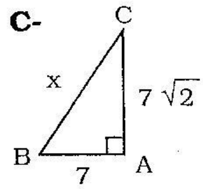
A-



B-



C-



Calculamos:

a- el valor de x.

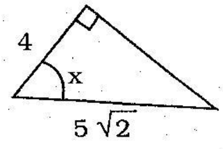
b- las razones trigonométricas de los ángulos $\hat{B}$ y $\hat{C}$.

3- EN UN TRIÁNGULO $\overset{\Delta}{MNP}$ RECTÁNGULO EN N, LA HIPOTENUSA MIDE 10 CM Y EL SEN $\hat{P} = \dfrac{1}{2}$, ¿CUÁNTO MIDE CADA UNO DE LOS CATETOS?

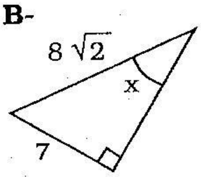
4- EN UN TRIÁNGULO $\overset{\Delta}{PRS}$ RECTÁNGULO EN R, $\overline{PR} = 6$ CM Y LA TG $\hat{S} = 1$, CALCULAMOS LA LONGITUD DE LA HIPOTENUSA.

5- DETERMINAMOS EL VALOR DE LA TG X EN CADA UNO DE LOS SIGUIENTES TRIÁNGULOS:

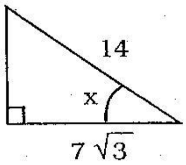
A-



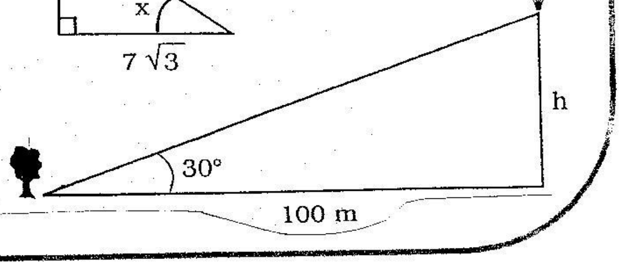
B-



C-

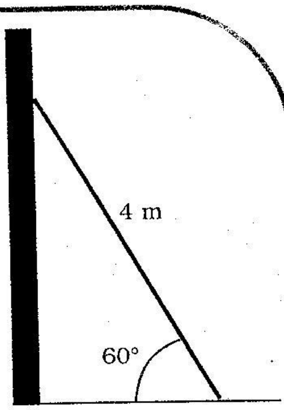


6- ¿A QUÉ ALTURA SE ENCUENTRA ESTE GLOBO AEROSTÁTICO?



ACTIVIDAD N°11:

7- SI SE APOYA UNA ESCALERA DE 4 METROS SOBRE UNA PARED, FORMANDO UN ÁNGULO DE 60° TAL COMO LO MUESTRA LA FIGURA SIGUIENTE, ¿QUÉ ALTURA DE LA PARED SE ALCANZA?



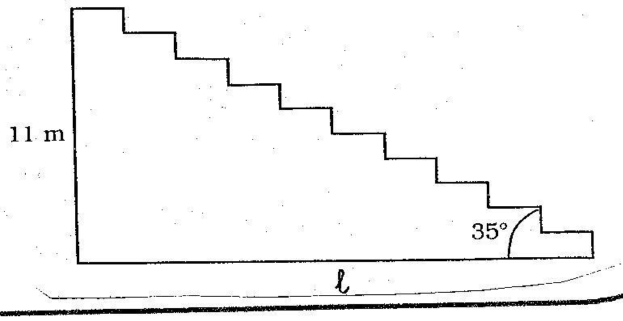
8- UN BARCO ATRAVIESA UN RÍO DE 87 METROS DE ANCHO, SIGUIENDO UNA DIRECCIÓN QUE FORMA CON UNA DE LAS MÁRGENES UN ÁNGULO DE 45°. ¿CUÁL ES LA DISTANCIA RECORRIDA POR EL BARCO EN LA TRAVESÍA?

9- CALCULAMOS LA ALTURA DE UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO DE 15 CM DE LADO. USAMOS DOS PROCEDIMIENTOS DIFERENTES.

10- CALCULAMOS LA ALTURA DE UN TRAPECIO RECTÁNGULO SABIENDO QUE LA BASE MAYOR MIDE 9,2 CM Y LA DIAGONAL MAYOR FORMA CON ELLA UN ÁNGULO DE 37°.

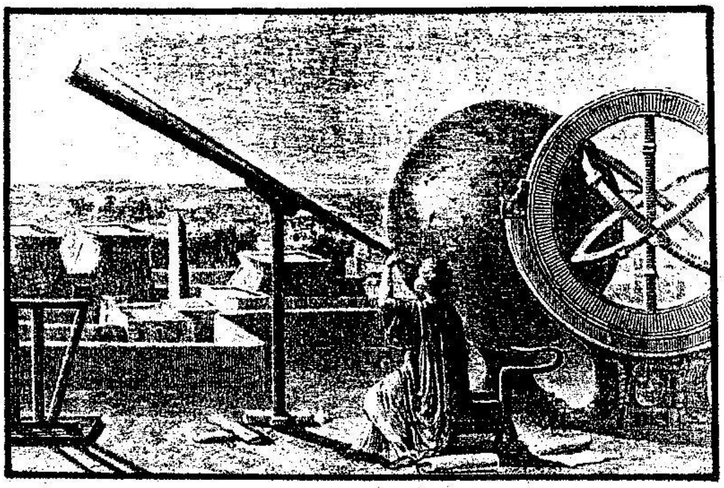
11- DETERMINAMOS EL ÁREA DE UN ROMBO SABIENDO QUE LA DIAGONAL MENOR MIDE 8,4 CM Y EL ÁNGULO QUE ÉSTA FORMA CON EL LADO ES DE 50°.

12- ¿CUÁL ES EL ANCHO DE LA FAJA DE TERRENO QUE DEBE DESTINARSE A LAS GRADERÍAS DE UNA CANCHA DE RUGBY SABIENDO QUE LA INCLINACIÓN DE LAS MISMAS SERÁ DE 35° Y LA ALTURA 11 METROS?



Resolución N° 1956/95

La Trigonometría y nuestros ojos



Los astrónomos pudieron calcular a qué distancia está la Luna de la Tierra empleando el concepto de "paralaje", palabra derivada del vocablo griego *parallaxis*, que significa "cambio, diferencia".

Para entender en qué consiste este concepto, podemos levantar un dedo frente a uno de nuestros ojos con el brazo estirado. Al cerrar un ojo, veremos el dedo superpuesto a algún objeto del fondo. Si mantenemos el dedo inmóvil y cerramos el otro ojo abriendo el primero, veremos que la posición aparente del dedo con respecto al fondo cambia.

Si acercamos el dedo a la cara, veremos que el aparente cambio de posición del dedo que se produce al cerrar alternativamente uno y otro ojo resulta mayor. Midiendo este cambio de posición es posible determinar la distancia que existe entre el dedo y el ojo.

En esta idea se basaron los astrónomos, que hacían lo siguiente: con un telescopio, desde un lugar determinado de la Tierra, observaban la Luna en cierta posición concreta sobre el fondo estrellado. En ese mismo momento, otro observador bien alejado del primero, veía la Luna en una posición un tanto diferente. Al conocer el valor exacto del cambio de posición -en fracciones de grado- y la distancia exacta entre los dos telescopios, pudieron calcular la distancia de la Luna a la Tierra utilizando la trigonometría.

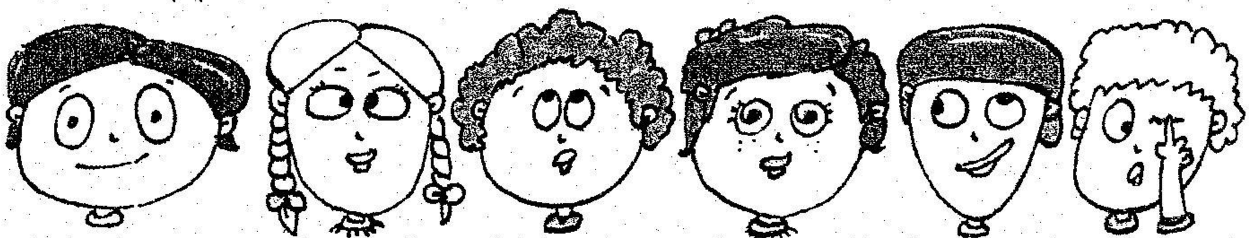
Para poner en evidencia cómo influye la diferencia de los ángulos que existen entre nuestros ojos y los objetos que observamos, es interesante realizar el siguiente experimento:

×	○	□

Mantengan el ojo izquierdo cerrado y, con el derecho, miren permanentemente la cruz.

Con los brazos estirados, sostengan el libro con las dos manos y vayan acercándolo hacia su cara, lentamente. En determinado momento, desaparecerá el cuadrado. Luego éste reaparecerá mientras que el círculo se hace invisible y, por último, ambos vuelven a verse.

- Consideren que la distancia entre las pupilas de los ojos de una persona es de 6 cm y que se ha colocado un objeto exactamente delante de la pupila de su ojo derecho, a 40 cm.
  Indiquen cuál es la medida aproximada del menor de los ángulos que forman las rectas que pasan por el objeto y cada una de las pupilas.



Extraído de: Latorre, Spivak y otros. "Matemática 9". Pág. 104. Santillana. Edición 1998.

Respuestas de las actividades- TRIGONOMETRÍA

Caso 1 – Página 11

$a = 6{,}5cm \quad ; \quad \hat{B} = 38^\circ \quad ; \quad c = 5{,}12cm$

Caso 2 – Página 11

$a = 9{,}43cm \quad ; \quad \hat{c} = 57^\circ 59' 42'' \quad ; \quad \hat{b} = 32^\circ 19''$

Actividad N° 10– Página 12

1- $senb\hat{B} = 0{,}6 \quad ; \quad \cos\hat{B} = 0{,}8 \quad ; \quad tg\hat{B} = 0{,}75 \quad ; \quad sen\hat{C} = 0{,}8 \quad \cos\hat{c} = 0{,}6 \quad ; \quad tg\hat{C} = 1{,}\widehat{3}$

2- A)
$$x = \sqrt{7} \quad ; sen\hat{B} = \frac{\sqrt{21}}{7} \quad ; \quad \cos\hat{B} = \frac{2\sqrt{7}}{7} \quad ; \quad tg\hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos\hat{c} = \frac{\sqrt{21}}{7} \quad ; \quad senB\hat{c} = \frac{2\sqrt{7}}{7} \quad ; \quad tg\hat{B} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

B)
$$x = 4 \quad ; sen\hat{B} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad ; \quad \cos\hat{B} = \frac{3}{4} \quad ; \quad tg\hat{B} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$
$$\cos\hat{c} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad ; \quad sen\hat{c} = \frac{3}{4} \quad ; \quad tg\hat{c} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

C)
$$x = 147 \quad ; \quad sen\hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{21} \quad ; \quad \cos\hat{B} = \frac{1}{21} \quad ; \quad tg\hat{B} = \sqrt{2}$$
$$\cos\hat{c} = \frac{\sqrt{2}}{21} \quad ; \quad sen\hat{c} = \frac{1}{21} \quad ; \quad tg\hat{c} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

3- p = 5 cm ; m = 8,66 cm

4- h = 8,48 cm

5- A) $\frac{\sqrt{34}}{4}$ B) $\frac{7\sqrt{79}}{79}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6- 57,74m

Actividad N° 11 – Página 13

7- 3,4641 m

8- 123,03m

9- 13 m

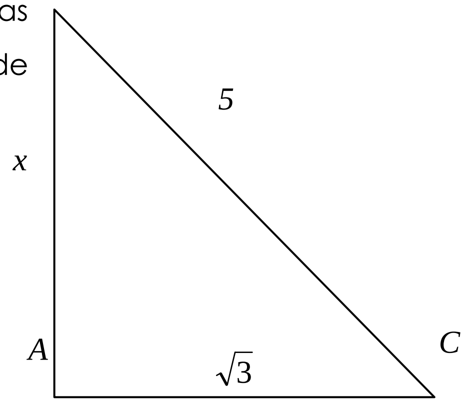
10- 12,2 cm

11- $84cm^2$

12- 15,71 m

PRÁCTICA SIMULACRO

1. Dado el siguiente triángulo rectángulo obtener todas las razones trigonométricas de B y calcula el valor de "x":



2. Hallar con la calculadora:

a) $sen\,136º15'16''=$

b) $tg\,38º10''=$

c) $\sec 310º2'17''=$

Hallar el valor del ángulo:

a) $sen\,x = 0{,}43$

b) $\cos x = 1$

c) $tg\,x = 1{,}45$

d) $tg\,x = -1{,}3$

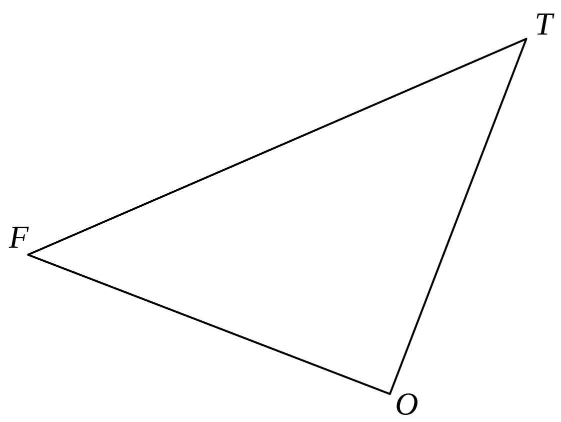
e) $\cos x = -0{,}689$

f) $sen\,x = -0{,}21$

3. Calcular los elementos que faltan en el siguiente triángulo rectángulo:

$\overline{OT} = 9cm$

$\overline{FO} = 12cm$



4. Dibujar las siguientes situaciones problemáticas y utilizando razones trigonométricas y teorema de Pitágoras, calcular según corresponda:

1 Un pintor tiene que apoyar una escalera en una pared para acceder a la parte más alta. Sabe que, para que no se resbale, el pie de la escalera debe estar a 1,20 m de la pared y que ésta debe formar un ángulo de 70º con el piso. Averiguar cuánto mide la escalera, a qué altura llega y qué ángulo forma con la pared.

2 El teodolito es un instrumento con el que trabajan los agrimensores y los topógrafos para medir ángulos y distancias. Para hallar la altura de un acantilado, se ubicó un teodolito a 20 m de su pie y se obtuvo un ángulo de elevación de 68º. Indicar aproximadamente cuál es la altura del acantilado.

3 Mariano sostiene con su mano el hilo de un yoyó, bien tirante. El extremo del hilo está atado a la base de una lanchita y forma un ángulo de 35º con el piso. El trozo de hilo va desde la lanchita hasta la mano de Mariano mide 65 cm. El yoyó llega justo hasta el piso. Averiguar a qué altura del piso está la mano de Mariano y a qué distancia de la lanchita se encuentra el yoyó.

4 En determinado momento, una varilla de 85 cm de alto, clavada verticalmente en un jardín, produce una sombra de 45 cm de largo. A 2 cm de la parte superior se ató un alambre tirante que se clavó en el pasto, justo en el extremo de la sombra. Averiguar qué ángulo forma los rayos del Sol con el piso en ese momento, cuánto mide el alambre y qué ángulo forma éste con la varilla.

5 Hallar las medidas aproximadas del perímetro y de los ángulos interiores de un rombo cuyas diagonales miden 3,8 cm y 9,6 cm.

RESPUESTAS PRÁCTICA SIMULACRO

1. $x = \sqrt{22}$

2. Con fix = 3: a) 0,691 b) 0,781 c) 1,001

3. a) 25º28´3” b) 0º c) 55º24´28 d) –52º25´53” e) 133º33´4” f) –12º7´20”

4. $7´48''\,\overline{FT} = 7{,}9cm$; $\hat{F} = 36º52¨11''$; $\hat{T} = 53º7´48''$