



CAPÍTULO 2: Números Enteros

Interpretación concreta de los números negativos. Orden y representación en la recta numérica. Valor absoluto y opuesto. Adición y sustracción. Multiplicación y división. Propiedades. Propiedad distributiva de la multiplicación y la división. Supresión de paréntesis. Potencia. Propiedades. Radicación. Propiedades. Divisibilidad. Operaciones combinadas con números enteros

APLICACIONES REALES

Una de las mejores formas de conservar los alimentos es mediante el frío. Algunas heladeras tienen un código con estrellas, según la temperatura que pueden alcanzar, y traen un compartimento, separado del resto, que funciona a menor temperatura. La temperatura de ese compartimento determina si se trata de un congelador o de un freezer. La señora de Pérez tiene una heladera de cada tipo en su negocio.

TIPO 1	*	- 6° C
TIPO 2	**	- 12° C
TIPO 3	***	- 18° C
TIPO 4	****	- 30° C

Necesita guardar un alimento que se conserva durante un mes si está a 8° bajo cero, y durante un año si la temperatura es 8°C menor. ¿ En qué heladeras puede colocarlo si desea conservar ese alimento unos pocos meses?

Un poco de historia...

La invención del símbolo **0** se atribuye a los hindúes. Este símbolo fue recogido por los árabes y, por medio suyo llegó a Europa. Alrededor del año 700, los hindúes descubrieron que necesitaban introducir nuevos números que servirían para resolver algunos problemas que los números hasta entonces conocidos, llamados naturales, no permitían hacerlo. Fueron los intercambios comerciales los que hicieron que se utilizaran cada vez más los números negativos.

A partir del siglo XV, algunos matemáticos muy conocidos empezaron a utilizarlos en sus trabajos. **Stifel**, que popularizó los signos + y -, conocía bien las propiedades de los negativos, aunque los llamaba números absurdos.

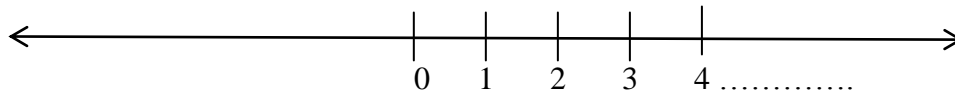
A pesar de que los matemáticos usaban estos números en sus cálculos, no los aceptaban como resultados de los mismos, y los rechazaron durante cientos de años. Encontraban normales los números naturales y fraccionarios, pero no aceptaban que también lo fueran los negativos. Tardaron muchos años en advertir que las ideas matemáticas son abstracciones que pueden utilizarse cuando sea necesario.



CONOCIMIENTOS PREVIOS

Números Naturales:

- El conjunto de los números Naturales es $N = \{1,2,3,4,\dots\}$
- Si incluimos el 0, escribimos $N_0 = \{0,1,2,3,4,\dots\}$



Operaciones con Números Naturales:

<u>Operaciones</u>	<u>Notación Simbólica</u>	<u>Elementos</u>
Adición	$a + b = c$	a y b sumandos c suma o total
Sustracción	$a - b = c$ $(a \geq b)$	a minuendo b sustraendo c resta o diferencia
Multiplicación	$a \cdot b = c$	a y b factores c producto
División	$a : b = c$ $(b \neq 0)$	a es múltiplo de b a dividendo b divisor c cociente
Potenciación	$a^n = b$ $a^1 = a$ $a^0 = 1$ $0^n = 0$	a base n exponente b potencia
Radicación	$\sqrt[n]{a} = b$ $(\text{si } b^n = a)$	a radicando b raíz n índice $n > 1$



Propiedades de las Operaciones con Números Naturales:

Conmutativa: Suma $a + b = b + a$
Multiplicación $a \cdot b = b \cdot a$

Asociativa: Suma $(a + b) + c = a + (b + c)$
Multiplicación $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Distributiva: De la Multiplicación con respecto a la suma y a la resta
 $(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$
 $c \cdot (a \pm b) = c \cdot a \pm c \cdot b$

De la División con respecto a la suma y a la resta
 $(a \pm b) : c = a : c \pm b : c$

De la Potenciación con respecto a la multiplicación
 $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

De la Potenciación con respecto a la división
 $(a : b)^n = a^n : b^n$

De la Radicación con respecto a la multiplicación
 $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

De la Radicación con respecto a la división
 $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$

Elemento Neutro: En la suma es el 0 $a + 0 = a$
En la multiplicación es el 1 $a \cdot 1 = a$

Elemento absorbente: En la multiplicación es el 0 $a \cdot 0 = 0$

Clausura o Cierre: La operación (suma, multiplicación y potenciación) entre dos números naturales da siempre otro número natural.

Adición $a + b = c$ $a, b, y c \in \mathbb{N}$

Multiplicación $a \cdot b = c$ $a, b, y c \in \mathbb{N}$

Potenciación $a^n = b$ $a, b, y n \in \mathbb{N}$

Uniforme: Si en ambos miembros de una igualdad se suma, resta, multiplica, divide, se eleva a, se extrae la raíz de un mismo número natural se obtiene otra igualdad.

. Si $a = b \Rightarrow a + c = b + c$ $a : c = b : c$ (a y b múlt. de c) $a^c = b^c$

$a - c = b - c$ $a \cdot c = b \cdot c$ $\sqrt[c]{a} = \sqrt[c]{b}$ (si a y b son pot. de c)



Números Enteros: Operaciones - Propiedades

Interpretación concreta de los números negativos

Las temperaturas inferiores a 0°C, los números de los subsuelos de un edificio, las fechas de acontecimientos históricos ocurridos antes de la era cristiana, la notación de las pérdidas, no se pueden escribir con los números naturales. Para representar estos casos se debe recurrir a los números negativos (Z^-), que junto con el cero y los positivos (Naturales) forman el conjunto de los números enteros (Z).

Los números enteros

Cuando hablamos de nuestro equipo favorito o de un grupo de rock, aparece la idea de **conjunto**. En Matemática también hablamos de conjuntos, y los designamos con letras mayúsculas. Los **elementos** que **pertenecen** a un conjunto se anotan entre llaves.

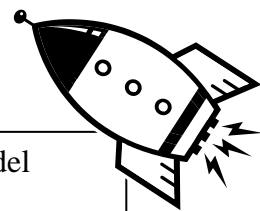
El conjunto de los números enteros (Z) está formado por los enteros negativos, el cero y los enteros positivos o naturales.

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$
$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup N$$

Los enteros positivos o naturales están precedidos por el signo + o sin signo, se entiende que es positivo. Los enteros negativos están precedidos por el signo -. El cero no es positivo ni negativo.

ACTIVIDADES

1) Se toma como referencia el instante del despegue de un cohete.
Asigna a cada momento en número entero correspondiente:



1) 20 segundos antes del despegue

2) 7 segundos después del despegue

3) El momento del despegue

2) Expresar cada una de estas situaciones con un número entero correspondiente y cuál es la referencia tomada:

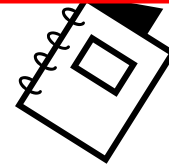
- Alejandro Magno murió 323 años a.C.
- El Aconcagua está 6.959 m sobre el nivel del mar
- En la Antártida se registran temperaturas de hasta -60°C
- La empresa tiene una pérdida de \$5.430.



- e) El ascensor se encuentra en el quinto subsuelo
- f) Un buzo está a 230 m de profundidad
- g) El alcohol se solidifica a 110°C bajo cero
- h) El “Titanic” está hundido a una profundidad de 4000m
- i) En el desierto las temperaturas llegan a 60°C
- j) Nerón murió en el 68 d.C.
- k) El punto de ebullición del agua es 100°C
- l) Debo \$25 en la perfumería

3) *Un alumno ha obtenido las siguientes calificaciones:*

Lengua: 2 Matemática: 3 Música: 5 Contabilidad: 6
Geografía: 8 Biología: 4 Historia: 10 Idioma: 7



La nota de aprobación es 6.

Asignen a cada nota un número entero que indique cuantos puntos más o menos obtuvo respecto de la nota de aprobación en cada materia:

Lengua: Matemática: Música: Contabilidad:
Geografía: Biología: Historia: Idioma:



4) *Lean Atentamente:*

Los siguientes fueron los hechos más importantes de la vida de Raúl: Nació en 1958, terminó la escuela secundaria en 1976, se recibió de arquitecto en 1983, se casó en 1985, tuvo un hijo en 1992 y se divorció en 2000.

Considere el año en que se recibió de arquitecto como referencia y asígnele a cada acontecimiento de su vida un número entero que indique cuantos años antes o después ocurrió.

Nació: Terminó la secundaria: Se recibió de arquitecto:
Se casó: Nació su hijo: Se divorció:



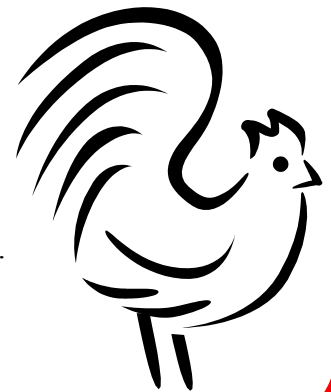


5) En un criadero, la cantidad de gallinas va cambiando debido a que algunas se venden, otras mueren y además nacen pollitos. El encargado registra todos los días en una planilla las modificaciones que se producen.

LA SEMANA COMENZÓ CON UNA POBLACIÓN DE 80 GALLINAS:

DÍA	MODIFICACIÓN EN LA POBLACIÓN DE GALLINAS
LUNES	- 8
MARTES	10
MIÉRCOLES	0
JUEVES	- 12
VIERNES	- 5
SÁBADO	4

- ¿Cuál fue el día en que más aumentó la población de gallinas?.....
- ¿Qué día no presentó modificaciones en la población?.....
- ¿Qué día se produjo el mayor descenso?.....
- ¿Cuántas gallinas había en el criadero el jueves a la noche?
- ¿Cuál fue el día con menor población?.....
- ¿Cuál fue el día con mayor población?.....



Orden y representación en la recta numérica

La familia Ortiz tiene un pariente en cada una de las ciudades de esta tabla, en la que figuran las temperaturas registradas a las 8 de la mañana del 10 de junio. Los chicos de esta familia quieren ordenar las temperaturas desde el que tuvo más frío hasta el que tuvo menos frío ese día, a esa hora, y piensan así:

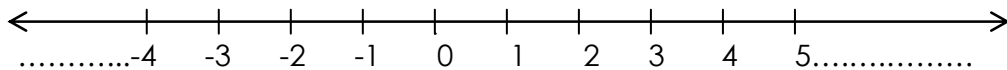
- Si la temperatura es bajo cero, hace más frío cuanto más alejada del cero está.
 - Si la temperatura es sobre cero, hace más frío cuanto más cerca del cero está.
- ¿Cómo te parece habrán ordenado los chicos las temperaturas?.....

CIUDAD	TEMPERATURA
Bariloche	-1
Buenos Aires	7
Neuquén	0
Santa Rosa	3
Ushuaia	-8
Viedma	-2



Por convención, los enteros positivos se ubican a la derecha del cero y los negativos, a la izquierda. Para representar números en la recta, se debe marcar el 0 y establecer una unidad que debe ser respetada para ubicar el resto de los números.

- En la recta numérica un número es mayor que cualquier número que se encuentre a su izquierda y menor que cualquier otro que se encuentre a su derecha.
- Todos los números positivos son mayores que cero.
- Todos los números negativos son menores que cero.



Valor absoluto o módulo de un número entero y opuesto

Pedro estacionó su auto en el tercer subsuelo del edificio de un centro comercial y fue al cine, que está en el tercer piso. ¿ A qué distancia se encuentran Pedro y su auto con respecto a la planta baja?

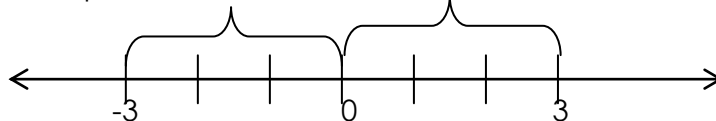
Se denomina **módulo** o **valor absoluto** de un número entero a la distancia que existe entre el número y el cero. Por ejemplo:

El valor absoluto de -3 es igual a 3. Se escribe $|-3| = 3$

El valor absoluto de 3 es igual a 3. Se escribe: $|3| = 3$

Dos números son **opuestos** cuando tienen distinto signo e igual valor absoluto. Por ejemplo 3 y -3 son números opuestos. $|-3|$ $|3|$

En símbolos: $|a| = a$



ACTIVIDADES

6) Explica qué ocurre en cada una de las situaciones siguientes:

- Tienes \$1000 y debes \$ 600.
- Tienes \$ 400 y le debes dar a tu hermana \$ 500.
- Estás en el cuarto piso de un edificio y bajas 5 pisos.
- El termómetro marca 7°C y al cabo de cierto tiempo baja la temperatura 10°C.



7) Resuelve:

a) Escribe todos los números enteros mayores que -4 y menores que 2.

.....

b) Escribe dos números enteros que se encuentren a la misma distancia del cero.

.....

c) Escribe todos los números enteros mayores que 0 y menores que 1.

.....

d) Escribe un número que sea mayor que -4 y menor que -1

.....

e) Escribe un número entero que esté comprendido entre el opuesto de -2 y el opuesto de 4

.....

8) Lee y resuelve:

a) Ordena en forma creciente (de menor a mayor) y represéntalos en la recta numérica.

7 ; 6 ; -2 ; -10 ; 1 ; 5 ; 0 ; -9 ; -5.

b) Completa con $<$, $>$, $=$

b.1) $-7 \dots\dots -3$

b.3) $9 \dots\dots |-10|$

b.5) $-22 \dots\dots 22$

b.7) $-3 \dots\dots 0$

b.2) $|-8| \dots\dots 8$

b.4) $-(-29) \dots\dots 29$

b.6) $35 \dots\dots -34$

b.8) $|-11| \dots\dots 12$

c) En una ciudad las temperaturas mínimas en los últimos 10 días fueron las siguientes:

-9°C 0°C -3°C -6°C -5°C 2°C 5°C 1°C -8°C 3°C

c.1) Ubica las temperaturas en la recta numérica.

c.2) ¿Cuál fue la mayor de las temperaturas mínimas?

c.3) ¿Cuál fue la menor?

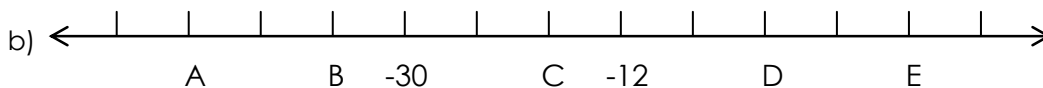
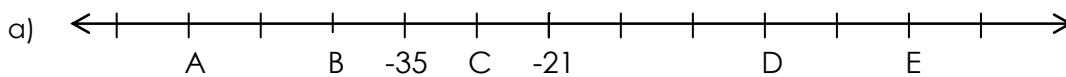
c.4) ¿Cuál es la diferencia entre ambas temperaturas?



9) Completa el cuadro con los valores correspondientes:

a	- a	a	Siguiente	Anterior
9				
	7			
			- 15	
				- 4

10) ¿ Qué números enteros representan los puntos de la recta numérica señalados con letra:



c) Ubica en la recta numérica dos números c.1) cuya distancia al 0 sea 5.

c.2) cuyo valor absoluto sea 6.

Adición y sustracción de números enteros

Para sumar números enteros, vamos a tomar otra vez el ejemplo del ascensor. Escribiremos un signo (+) cada vez que el ascensor sube y un signo (-) cada vez que baja.

- El ascensor subió 4 pisos, paró y subió otros tres pisos. En total subió 7 pisos

Lo indicamos así: $(+4) + (+3) = +7$ Sin paréntesis: $+4 + 3 = +7$

- El ascensor bajó 2 pisos, paró y bajó otros 6 pisos. En total, bajó 8 pisos.

Lo indicamos así: $(-2) + (-6) = -8$ Sin paréntesis: $-2 - 6 = -8$

Cuando **sumamos** números **enteros de igual signo**, se **suman los valores absolutos** y el **signo igual** al de los sumandos.



- El ascensor estaba en la planta baja, subió 5 pisos, paró y bajó 7 pisos. Finalmente, quedó en el segundo subsuelo, es decir, 2 pisos por debajo de la planta baja.

Lo indicamos así: Sin paréntesis:.....

- El ascensor estaba en la planta baja, bajó 1 piso, paró y subió 3 pisos. Finalmente, quedó en el segundo piso.

Lo indicamos así: Sin paréntesis:.....

- Cuando **sumamos** números **enteros de distinto signo**, se **restan los valores absolutos** y el **signo del número de mayor valor absoluto**.
- La suma de un número y su opuesto es siempre cero.

- En Córdoba un día de mayo se registraron las siguientes temperaturas, máxima:7° sobre cero y la mínima:4° sobre cero. Si la diferencia de temperatura se obtiene restando la temperatura máxima a la mínima ¿ Qué diferencia de temperatura hubo ese día en Ushuaia?.....

Cálculo: $+7 - (+4) = 7 + (-4) = 3$ + 4 es el opuesto de - 4

Restar es sumar el opuesto

Para **restar** dos números **enteros**, transformamos la resta en una suma, de forma tal que al **primer número le sumamos el opuesto del segundo**.

$$a - b = a + (-b)$$

En forma práctica puedes restar dos números enteros, quitando paréntesis, es decir, **cambiando de signo el sustraendo** y operar como una suma.

En forma práctica: $+7 - (+4) = 7 - 4 = 3$

$$-5 + (+4) = -5 + 4 = -1$$

$$+2 - (-5) = 2 + 5 = 7$$

$$+4 + (-7) = 4 - 7 = -3$$



Suma Algebraica

A la combinación de sumas y restas la llamamos **suma algebraica**.

Para resolver una suma algebraica se suman todos los términos positivos, por otra todos los negativos, se restan los valores y se pone el signo del número que tenga mayor valor absoluto.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{a) } 25 - 8 + 3 + 5 - 2 &= (25 + 3 + 5) - (8 + 2) = \\ &= 33 - 10 = 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (-5) + (+3) + (-8) + (-4) + (+7) + (-1) + (+6) &= \\ -5 + 3 - 8 - 4 + 7 - 1 + 6 &= 16 - 18 = -2 \end{aligned}$$

Recordar

- Todo (), [], { } **precedido de signo positivo(+)** se quita **sin cambiar el signo** de los términos encerrados en él.
- Todo (), [], { } **precedido de signo negativo(-)** se quita **cambiando el signo** de los términos encerrados en él.
- El orden de supresión es: 1° paréntesis
2° corchetes
3° llaves

Recordar

Si en una suma aparecen números opuestos, los cancelamos, ya que su suma es cero.

$$\cancel{+8} + 4 - 2 - 7 + \cancel{-8} = -5$$

Propiedades de la suma y de la resta de números enteros

Suma

Se cumplen las mismas propiedades que la suma de números naturales. Algunas de ellas

Son: - Propiedad conmutativa . Ejemplo:.....

- Propiedad asociativa. Ejemplo:.....

- Elemento Neutro. Ejemplo:.....

Resta

a) La diferencia de dos números enteros ¿ tiene siempre solución en Z? ¿Cómo se llama esa propiedad ?

b) ¿ Qué propiedades se cumplen en la resta de números enteros?.....

.....



ACTIVIDADES

11) Resuelve las siguientes sumas y restas, si es posible cancela términos:

- | | | | |
|----------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------------|
| a) $(+5) + (+3) =$ | b) $(-8) + (-5) =$ | c) $(-3) + (+9) =$ | d) $(-2) + (-15) =$ |
| e) $(-1) + (+7) =$ | f) $(-5) + 0 =$ | g) $(-5) + (+5) =$ | h) $(-4) + (-4) =$ |
| i) $(+5) - (+3) =$ | j) $(-8) - (-5) =$ | k) $(-3) - (+9) =$ | l) $(-2) - (-15) =$ |
| ll) $(-1) - (+7) =$ | m) $(-8) - 0 =$ | n) $(-5) - (+5) =$ | ñ) $(-4) - (-4) =$ |
| o) $(+7) - (-4) - (-3) =$ | p) $8 - 4 + 5 - 8 + 2 =$ | q) $0 - (-4) =$ | r) $[(+3) + (-2)] + (-3) =$ |
| s) $25 - 29 =$ | t) $178 - 234 =$ | u) $89 - (-12) =$ | v) $-27 - (-12) =$ |
| w) $-42 - (-56) - (-87) =$ | x) $12 - 12 - 17 =$ | y) $31 - (-8) - 32 =$ | z) $11 + (-11) =$ |

12) Indica mediante una suma los siguientes enunciados y calcula cada una de ellas:

- A Cristina, que debe a su hermano \$ 200, le regalan \$ 300.
- María José está buceando a 3 m bajo el nivel del mar y desciende 4 m ¿ En dónde se encontrará ahora?
- Cleopatra nació en el año 68 a. C. y vivió 38 años ¿ En qué año murió?
- Un avión salió de la pista y en su primera hora de vuelo subió 3200 m, bajó 50 m, bajó 85 m más y luego subió 500 m.
- María y Alejandro están en el mismo punto. María avanza 7 pasos y retrocede 2, mientras que Alejandro retrocede primero 2 pasos y avanza luego 7. ¿ A qué distancia estarán al final el uno del otro? Explícalo.
- Descompone los números enteros -3 y $+4$ como suma de dos números enteros.
- Expresa -2 y $+5$, como diferencia de dos números enteros.



13) Completa:

<i>m</i>	<i>n</i>	<i>m + n</i>	<i>n - m</i>	<i>- m - n</i>
- 3	- 2
- 5	3
4	- 1
5	6

14) Resuelve las siguientes sumas algebraicas suprimiendo () , [] , { } , cancela términos si es posible

- a) $- 30 + 8 - (- 5) + 1 - 5 - (- 3) + (- 7) =$ **Respuesta : - 25**
- b) $- 4 + (- 2 + 1) + 5 - [3 - (1 - 2) + 4] + 1 - 2 =$ **Respuesta : - 9**
- c) $- 19 + (- 4) - (- 8) + (- 13) - (- 12) + 4 - 57 =$ **Respuesta : - 69**
- d) $3 - [- 2 + 1 - (4 - 5 - 7)] - 2 + [- 3 - (5 - 6 - 1) + 2] =$ **Respuesta : - 5**
- e) $- 8 + (- 2) - (- 10) - 2 + 5 =$ **Respuesta : 3**
- f) $(3 - 8) + (- 5 - 2) - (- 9 + 1) - (7 - 5) =$ **Respuesta : - 6**
- g) $- [12 + (- 3)] - (- 4) - 5 + 6 - (- 4) =$ **Respuesta : 0**
- h) $5 + [2 - (4 + 5 - 3) + 6] - 1 - (3 + 5) =$ **Respuesta : - 2**
- i) $- 4 + (4 - 5 + 2) - 3 - \{ 1 - [6 + (- 3 - 1) - (- 2 + 4)] + 3 - 4 \} =$ **Respuesta : - 6**
- j) $10 - [- 2 + (- 3 - 4 - 1) + 1 - (- 4 - 2 + 3 - 1) - 4] =$ **Respuesta : 19**
- k) $(- 6 + 4) - \{ 4 - [3 - (8 + 9 - 2) - 7] - 35 + (4 + 8 - 15) \} =$ **Respuesta : 13**
- l) $- 6 - \{ - 4 - [- 3 - (1 - 6) + 5] - 8 \} - 9 =$ **Respuesta : 4**
- m) $- 3 + \{ - 5 - [- 6 + (4 - 3) - (1 - 2)] - 5 \} =$ **Respuesta : - 9**
- n) $-(9 - 15 + 2) + \{ - 6 + [4 - 1 + (12 - 9) + 7] \} - 3 =$ **Respuesta : 8**
- o) $-\{ 3 - 8 - [4 - 3 + (5 + 2 - 10) - (4 - 5) - 3] + 4 - 8 \} + 2 =$ **Respuesta : 7**



15) Aplicando las propiedades, resuelve:

10.1) Conmuta términos :

a) $5 + 3 + 0 = \dots\dots\dots$

b) $-3 + 2 + 12 = \dots\dots\dots$

c) $27 - 0 - 15 = \dots\dots\dots$

10.2) Asocia términos:

a) $-3 - 1 - 8 = \dots\dots\dots$

b) $-4 - 6 + 2 = \dots\dots\dots$

c) $+8 + 12 - 9 + 13 = \dots\dots\dots$

10.3) Aplicando las propiedades conmutativa y asociativa resuelve de dos maneras distintas: $-11 + 29 - 9$

16) Si $a - b = 15$ Calcula indicando las propiedades aplicadas:

11.1) $(a + 7) - b$

11.3) $(a - 6) - b$

11.2) $a - (b + 5)$

11.4) $(a - 5) - (b - 6)$

17) Aplicando valor absoluto, calcula:

a) $|-4 - 12 + 3| =$

b) $|-3| + |2| - |-5| =$

c) $|-9 + (-7) - (-5)| =$

d) $|9 - 6| + |6 - 9| - |6 + 9| =$



18) Encuentra el mensaje escondido.

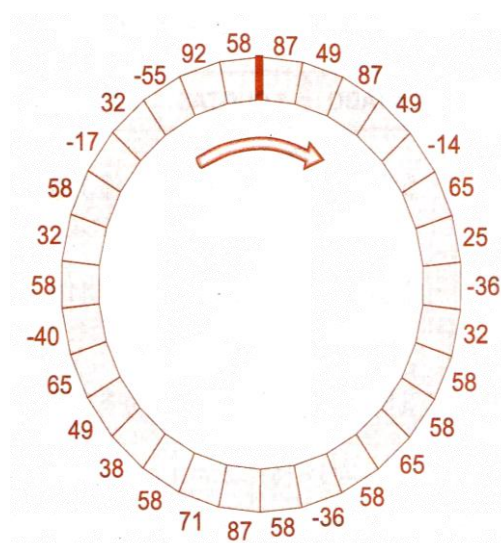
Curso de detectives

En una Academia Privada de Detectives los alumnos asisten a un curso para descifrar mensajes en código. Al terminar se les presentó la siguiente serie de operaciones que al resolverlas, utilizando las letras claves, completaron el círculo con el mensaje final.

¿Cuál será? Develá el misterio.

- 1) $45 - 20 = \dots\dots\dots A$
- 2) $-10 + 68 = \dots\dots\dots E$
- 3) $-5 - 9 = \dots\dots\dots G$
- 4) $50 - 12 = \dots\dots\dots J$
- 5) $72 + 15 = \dots\dots\dots L$
- 6) $-3 - 14 = \dots\dots\dots C$
- 7) $80 - 120 = \dots\dots\dots D$

- 8) $-44 - 11 = \dots\dots\dots I$
- 9) $87 - 16 = \dots\dots\dots M$
- 10) $-59 + 108 = \dots\dots\dots O$
- 11) $37 + 28 = \dots\dots\dots R$
- 12) $-46 + 10 = \dots\dots\dots S$
- 13) $95 - 63 = \dots\dots\dots T$
- 14) $24 + 68 = \dots\dots\dots V$



Multiplicación de números enteros

- Escribe cada producto como una suma:

a) $5 \cdot 3 =$ c) $3 \cdot 5 =$

b) $(-3) \cdot 2 =$ d) $(-4) \cdot 3 =$

- De la misma manera:

e) $(-8) \cdot 3 = (-8) + (-8) + (-8) = -24 = -(8 \cdot 3) \Rightarrow (-8) \cdot 3$ es el opuesto de $8 \cdot 3$

- Análogamente:

f) $(-8) \cdot (-3)$ es el opuesto de $8 \cdot (-3)$

Como $8 \cdot (-3)$ es el opuesto de $8 \cdot 3$, resulta que $(-8) \cdot (-3)$ es el opuesto del opuesto de $8 \cdot 3$:

$$(-8) \cdot (-3) = -[8 \cdot (-3)] = -[-(8 \cdot 3)] = -[-24] = +24$$

Para multiplicar dos números enteros, se multiplican los valores absolutos de los factores y se escribe el signo del resultado de acuerdo con la "regla de los signos":

El producto de dos números enteros es:

- **Positivo** si los dos tienen el **mismo** signo.
- **Negativo** si los dos tienen **distinto** signo.



- Resuelve: $(-2) \cdot 4 \cdot (-9) =$
 $(-3) \cdot (-6) \cdot (-5) =$

El producto de varios enteros tiene:

- Signo + si hay un número par de factores negativos.
- Signo - si hay un número impar de factores negativos

División de números enteros

Completa :

- a) $12 : 6 = \dots\dots\dots$ porque $\dots\dots\dots \cdot 6 = 12$
 b) $(-12) : 6 = \dots\dots\dots$ porque $\dots\dots\dots \cdot 6 = -12$
 c) $(-12) : (-6) = \dots\dots\dots$ porque $\dots\dots\dots \cdot (-6) = -12$
 d) $12 : (-6) = \dots\dots\dots$ porque $\dots\dots\dots \cdot (-6) = 12$

Regla de Signos	
<i>Multiplicación</i>	<i>División</i>
$+. + = +$	$+: + = +$
$- . - = +$	$- : - = +$
$- . + = -$	$- : + = -$
$+ . - = -$	$+: - = -$

• El cociente entre dos números enteros a y b (con $b \neq 0$) es otro entero c, tal que multiplicado por b da por resultado a:

$$a : b = c \quad \text{si} \quad c \cdot b = a$$

• El cociente de dos números enteros es:

- **Positivo** si los dos tienen el **mismo** signo.
- **Negativo** si los dos tienen **distinto** signo.

• El cociente entre dos enteros iguales siempre es 1. $(-2) : (-2) = 1$

• El cociente entre dos números opuestos es -1. $(-2) : (+2) = -1$

• Cero dividido por cualquier entero distinto de cero es cero. Si $a \neq 0$, $0 : a = 0$

• No se puede dividir por cero $a : 0 = ?$ no tiene solución

• Al dividir por -1 cambia sólo el signo del número. $a : (-1) = -a$

Propiedades de la multiplicación de números enteros

Se cumplen las mismas propiedades que la multiplicación de números naturales:

- Propiedad conmutativa: Ej:.....
- Propiedad asociativa: Ej:.....
- Elemento Neutro: Ej:.....
- Elemento Absorbente: Ej:.....
- Propiedad de cierre o clausura: Ej:.....
- Propiedad Uniforme: Ej:.....
- Propiedad distributiva respecto de la suma y resta: Ej:.....

Para operar se puede reemplazar $-a$ por $(-1) \cdot a$
 $-a = (-1) \cdot a$ $-2 = (-1) \cdot 2$



Propiedades de la división de números enteros

Se cumplen:

- Propiedad distributiva respecto de la suma y de la resta, sólo si el signo de división se encuentra a la derecha de la suma o resta. Ej:.....
- Propiedad Uniforme. Ej:.....

ACTIVIDADES

19) Calcula:

- | | | | |
|-------------------------------------|--|-------------------------------------|-----------------------------|
| a) $(-125) : 5 =$ | b) $(-1) \cdot 2 \cdot 7 \cdot (-5) =$ | c) $(-9) \cdot (-23) \cdot (-16) =$ | d) $(-3) \cdot 0 \cdot 5 =$ |
| e) $(-8) \cdot (-3) =$ | f) $(+12) \cdot (+2) =$ | g) $(-7) \cdot (+4) =$ | h) $(+13) \cdot (-3) =$ |
| i) $(-25) \cdot (-5) =$ | j) $(-21) : (-7) =$ | k) $(+15) : (+3) =$ | l) $(-18) : (+3) =$ |
| m) $(+63) : (-9) =$ | n) $(-12) : (-6) =$ | ñ) $(-15) : 0 =$ | o) $0 : (-8) =$ |
| p) $(-2) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 =$ | q) $(-45) \cdot 9 =$ | r) $(-60) : (+60) =$ | s) $(-35) : (-1) =$ |

20) Escribe como producto o como cociente de números enteros y resuelve:

- a) En la planilla hay un saldo inicial de \$ 200; se cargan 5 débitos de \$ 150. ¿Cuál es el nuevo saldo?
- b) El ascensor baja los subsuelos de a 2. Después de tres paradas en su camino descendente, desde la planta baja, ¿en qué piso está?
- c) Si tuviera el doble de la deuda que tengo, mi saldo sería - \$ 2700. ¿Cuál es el número que figura en mi balance?

21) Resuelve aplicando propiedad distributiva, si no es posible resuélvelo de otra manera:

- | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $(-12 + 24 - 18) : (-6) =$ | e) $(-24) : (-3 - 8 - 1) =$ | i) $(+4) \cdot (-8 + 5 - 6 + 2) =$ |
| b) $(-3) \cdot (6 - 8 + 4 - 3) =$ | f) $(-1) \cdot (8 + 3 + (-9) - 2) =$ | j) $(-72 + 24 - 48 - 12) : (+12) =$ |
| c) $(45 - 18 + 81) : (-9) =$ | g) $(-3) \cdot ((-1) + 9) =$ | k) $(-6 + 4 - 3 - 5) \cdot (-10) =$ |
| d) $(12 - 7 - 8 + 1) \cdot (-2) =$ | h) $(-35 - 42 - 63) : (+7) =$ | |



Operaciones combinadas

Si en un cálculo aparecen combinadas las operaciones, respetaremos el siguiente orden: 1º) separamos en términos, 2º) resolvemos las multiplicaciones y las divisiones. 3º) resolvemos las adiciones y sustracciones.

Si hay paréntesis, resolvemos primero las operaciones que éstos encierran, respetando el orden establecido anteriormente. Las **adiciones** y **sustracciones** son las operaciones que determinan los **términos** de una operación combinada.

Ejemplo: $5 \cdot (-2) - (-8 + 2) : 3 + (-8) =$

En el 1er término resolvemos la multiplicación.

En el 2do. término resolvemos la operación que está dentro del ()

En el 3er. término no hay operación a resolver.

No debemos confundir los signos + y - que indican las operaciones de suma y resta con los signos que indican si un número es positivo o negativo.

$$(-2) + [+5 - (-3)]$$

↓ Indica sumar
↓ Indica que el 5 es positivo
↓ Indica que hay que restar
↓ Indica que el 3 es negativo

ACTIVIDADES

22) Separa en términos, cancela términos, si es posible, y resuelve :

- | | |
|---|--------------------|
| 1) $(+5) \cdot (-12) : (+4) =$ | Rta: - 15 |
| 2) $(-15) \cdot (-2) : [(+3) \cdot (+2)] =$ | Rta: 5 |
| 3) $(-3) \cdot (+2) \cdot (-4) : (-6) =$ | Rta -: 4 |
| 4) $(-2 + 7) \cdot (-3 - 1) : (-2) - (-3) \cdot (-2) =$ | Rta: 4 |
| 5) $(-10 - 2 \cdot 4) : (-2 - 1) + (-6) : (-3) - (-1) =$ | Rta: 9 |
| 6) $(-24) : (-7 + 1) - (-4 - 2 \cdot 3 + 1) =$ | Rta: 13 |
| 7) $(-5) - (+4) : [(-2) - (-3)] =$ | Rta: - 9 |
| 8) $(+4) - [(-15) : (+3)] + (-4) \cdot (-2) =$ | Rta: 17) |
| 9) $(-2 - 3 + 4) \cdot 5 - 9 \cdot (-2 - 6) =$ | Rta: 67 |
| 10) $(-5 - 10 - 32) \cdot (4 - 8 - 16) =$ | Rta: 940 |
| 11) $-2 + 3 \cdot 5 - 7 \cdot (-3 + 2 - 8) - 4 =$ | Rta: 72 |
| 12) $(2 - 10) \cdot (6 - 3) - (-8 - 2) \cdot (-9 - 7) =$ | Rta : - 184 |
| 13) $15 + 16 \cdot 2 - 3 \cdot (5 \cdot 2 + 4 - 3 \cdot 2) - [2 + 2 \cdot (-2) - 9] \cdot (-5) =$ | Rta : - 32 |
| 14) $10 - (-2 - 1 + 5 \cdot 3) \cdot [-4 + 1 \cdot (-1)] + 8 + 4 \cdot (-2) =$ | Rta: 70 |



15) $(4 - 8) : (-2) - (-27) + (-15) \cdot 3 =$

Rta: - 16

16) $3 \cdot (-5) + 8 : 2 - 9 : 3 + 4 =$

Rta: - 10

17) $3 \cdot [(-25) : 5 + (8 - 4 : 2)] - 11 =$

Rta: - 8

18) $- [45 : (-5) + 3 \cdot (7 - 2)] + 8 =$

Rta: 2

19) $17 - (-4) \cdot 5 + 18 : (-9) - 18 =$

Rta: 17

20) $[15 - (-3) \cdot 4] \cdot (-2) - 8 \cdot (-4) + 1 =$

Rta: - 21

21) $- [4 - (-2) \cdot 5] + 1 \cdot (-1) - 18 =$

Rta: - 33

22) $7 + 8 : (-4) - [4 + (-12) : 4] =$

Rta: 4

23) $(-4 + 5) : (-1) + 3 - 21 : (-7) : 3 [-11 \cdot (-2) - 19] =$

Rta: 5

24) $(-24) : (-6) - \{8 : (-4) - (-2 - 3)\} \cdot 2 + 1 =$

Rta: - 1

25) $(-3) + 3 \cdot (-4 + 5) - 5 \cdot [-2 + 7 \cdot (-1) + 9] =$

Rta: 0

26) $(-1 - 8) : (-3) + (9 - 2 \cdot 5) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

Rta: - 1

27) $-10 - 4 \cdot (-3) + 15 : (-3) + (-8) =$

Rta: - 11

Potenciación de números enteros

• Recuerda que la potenciación es una multiplicación abreviada en la que se repite un factor:

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

Resuelve:

a) $(+2)^4 = \dots\dots\dots$

b) $(-2)^4 = \dots\dots\dots$

c) $(+2)^3 = \dots\dots\dots$

d) $(-2)^3 = \dots\dots\dots$

Regla de los signos

Para el cálculo de potencias, puedes tener en cuenta las siguientes reglas:

- Si el exponente es **par**, la potencia es **positiva**.
- Si el exponente es **impar**, la potencia tiene el **mismo signo** que la base.

Potencias especiales

- Todo número elevado a la primera potencia es igual al mismo número. $a^1 = a$
- Toda potencia de exponente 0 y cuya base no sea nula es igual a 1. $b^0 = 1$ (con $b \neq 0$)
- Toda potencia de base 0 y exponente distinto de 0 es igual a 0. $0^n = 0$ (con $n \neq 0$)
 $0^0 =$ no se define



Propiedades de la potenciación de números enteros

Si recuerdas las propiedades de la potenciación entre números naturales, notarás que para el conjunto de los números enteros siguen siendo las mismas:

- **Propiedad de cierre o clausura:**.....
- **Propiedad Uniforme:**.....
- **Propiedad distributiva respecto de multiplicación y división:**.....

Además se cumplen, al igual que en el conjunto de los números naturales:

Producto de potencias de igual base	Cociente de potencias de igual base	Potencia de otra potencia
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$a^n : a^m = a^{n-m}$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

• Expresa como una sola potencia y resuelve:

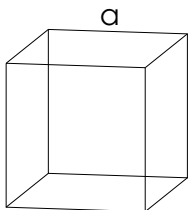
a) $(-4)^3 \cdot (-4)^2 =$

b) $(-3)^4 : (-3)^2 =$

c) $[(-2)^3]^2 =$

Radicación de números enteros

• ¿Cuánto mide la arista de un cubo si su volumen es de 216 cm^3 ?



$a = \dots\dots\dots$

$a = \dots\dots\dots$

• Calcula, si existen, las siguientes raíces:

a) $\sqrt[4]{+16} = \dots\dots\dots$ porque $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

b) $\sqrt[4]{-16} = \dots\dots\dots$ porque $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

c) $\sqrt[3]{+64} = \dots\dots\dots$ porque $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

d) $\sqrt[3]{-64} = \dots\dots\dots$ porque $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Regla de los signos

Para el cálculo de raíces, puedes tener en cuenta las siguientes reglas:

- Si el índice es **par** y el radicando **positivo**, la raíz es **positiva** y **negativa**
- Si el índice es **par** y el radicando **negativo**, no tiene solución en el conjunto Z.
- Si el índice es **impar**, la raíz tiene el **mismo signo** que el **radicando**.



Propiedades de la radicación de números enteros

Se cumplen: - **Propiedad uniforme:**.....

- **Propiedad distributiva de la radicación con respecto a multiplicación y división:**
.....

Otras propiedades: - **Simplificación o Amplificación de índices y exponentes:** si se multiplica o divide el índice y el exponente por un mismo número, el resultado no se modifica.

$$\sqrt{5^4} = {}^{2 \cdot 2}\sqrt{5^{4 \cdot 2}} = 5^2 \qquad \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot b]{a^{m \cdot b}} \quad \text{y } b \neq 0$$

$$\sqrt[3]{8} = {}^{3 \cdot 2}\sqrt{8^{1 \cdot 2}} = \sqrt[6]{8^2} \qquad \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot c]{a^{m \cdot c}} \quad \text{y } c \neq 0$$

- **Propiedad cancelativa:** a partir de la propiedad anterior, cuando el índice y el exponente son iguales, se los puede cancelar

$$\sqrt[4]{(-4)^4} = |-4| = 4 \qquad \sqrt[n]{a^n} = |a|, \text{ si } n \text{ es par}$$

$$\sqrt[3]{(-4)^3} = -4 \qquad \sqrt[n]{a^n} = a, \text{ si } n \text{ es impar}$$

- **Raíz de Raíz:** se expresa como única raíz de l radicando dado, siendo el índice, el producto de los índices dados.

$$\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt[6]{a}$$

Producto de dos binomios

Binomio es una expresión que consta de dos términos. Ejemplos: $9 + 5$
 $a - b$

Para realizar el producto de dos binomios aplicamos la propiedad distributiva de la siguiente forma:

En Símbolos: $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$

Ejemplos:

$$\bullet (5 + a) \cdot (2 + b) = 5 \cdot 2 + 5 \cdot b + a \cdot 2 + a \cdot b$$

$$= 10 + 5b + 2a + ab$$

$$\bullet (x - 4) \cdot (x + 2) = x \cdot x + x \cdot 2 - 4 \cdot x - 4 \cdot 2$$

$$= x^2 + 2x - 4x - 8$$

Recordar

$x \cdot x = x^2$ (se aplica producto de potencias de igual base)

$x + 3x = 4x$ (se suman los números y se escribe la misma letra)

$2x^3 + 3x =$ (no se pueden sumar entre sí porque las letras no son iguales, no están elevadas al mismo exponente)



$$= x^2 - 2x - 4$$

ACTIVIDADES

23) Resuelve las siguientes potencias y raíces:

a) $\sqrt{144} =$	b) $(-7)^3 =$	c) $(-3)^4 =$	d) $\sqrt{-64} =$	e) $(-6)^0 =$
f) $2^3 \cdot 5^3 =$	g) $\sqrt{121} =$	h) $13^2 \cdot 3^2 =$	i) $[(-2)^2]^3 =$	j) $(-1)^4 \cdot (-2)^4 =$
k) $(3^3)^3 \cdot 3^2 =$	l) $10^4 : 5^4 =$	m) $2^9 : 2^3 =$	n) $(4^2)^3 : 4^2 =$	ñ) $\sqrt[3]{216} =$
o) $\sqrt[5]{-343} =$	p) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{(-1)^2} =$	q) $\sqrt[3]{-1} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{-1} =$		
r) $\sqrt[3]{27^2 : 27} =$	s) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{16} : \sqrt{4} =$			

24) Simplifiquen las siguientes expresiones utilizando las propiedades de la potenciación.

1- $a^3 \cdot a^4 \cdot a \cdot a =$	6- $(n^2 \cdot n^2)^4 : (n^3 \cdot n^3)^2 =$
2- $(m^7 \cdot m^2) : m^5 =$	7- $(a^8 \cdot b^7) : (s^{11} \cdot p^{12}) =$
3- $(b^5 \cdot b^6) : (b^2 \cdot b) =$	8- $(s^5 \cdot p^4)^3 : (t^3 \cdot w^4)^3 =$
4- $(h^4 \cdot h \cdot h) : h^3 =$	9- $(t^5 \cdot w^3)^5 : (t^3 \cdot w^4)^3 =$
5- $(r^4)^5 : (r^6)^2 =$	10- $(a^4 \cdot a^2 \cdot b^7 \cdot b^3)^2 : (a^{10} \cdot b^{17}) =$

25) Resuelve, cuando sea posible, aplicando las propiedades de la potenciación y radicación:

a) $(-1 + 3)^2 =$	b) $\sqrt{(-3)^2 + 4^2} =$	c) $\sqrt{(-10)^2 : 5^2} =$	d) $[(-1) \cdot 3]^2 =$
e) $[(-12) : 3]^2 =$	f) $(-3)^7 : (-3)^7 =$	g) $[(26)^2]^0 =$	h) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$
i) $\sqrt{64 + 36} =$	j) $\sqrt{4 \cdot 25} =$	k) $\sqrt[3]{130 - 5} =$	l) $\sqrt[3]{8 \cdot (-27)} =$
m) $4^2 \cdot 4^{-2} \cdot 4^0 \cdot 4 =$	n) $3^3 : 3^{-2} =$	ñ) $1^{-2} : 1^{-5} =$	o) $\frac{2^3}{2^{-2}} =$
p) $\sqrt[3]{\sqrt{729}} =$	q) $\sqrt{\sqrt{16}} =$	r) $(3m^2a)^2 =$	s) $(2x^2a^2b)^3 =$



t) $\sqrt{(-125) \cdot (-27)} =$

u) $[(6 a^2) : (2 a)]^3 =$

v) $\sqrt[3]{4.16} =$

w) $\sqrt{(3.x)^2 \cdot 25.t^4} =$

26) Aplica las propiedades de la potenciación

1) $(-4)^2 =$

6) $(2.3)^2 =$

2) $(2^2.2)^2 =$

7) $(4 : 2)^3 =$

3) $(4^2.4.4) : (4^2.4) =$

8) $(2^7 : 2^5)^3 =$

4) $(5^4)^2 : (5^2)^3 =$

9) $(3.4)^6 : (3.4)^4 =$

5) $(2^5)^0 \cdot (2^2)^2 =$

10) $(2^3.3^4)^4 : (2^2.3^3)^5 =$

Divisibilidad en el conjunto de números enteros

Si $a = b \cdot q$ con $a, b, y q$ enteros decimos que:

- b es un divisor de a .
- b es un factor de a .
- a es múltiplo de b .
- a es divisible por b .

- 1 y -1 son divisores de todos los números $\left\{ \begin{array}{l} a = 1 \cdot a \quad 4 = 1 \cdot 4 \\ a = (-1) \cdot (-a) \quad 4 = (-1) \cdot (-4) \end{array} \right.$
- 0 es múltiplo de todos los números.
- Si un número es divisor de otro, su opuesto también lo es. Si b es divisor de a , entonces $-b$ es divisor de a .
 $28 = 7 \cdot 4$
 $28 = (-7) \cdot (-4)$ } 7 y -7 son divisores de 28
- Si un número es divisor de otro, también es divisor del opuesto. $28 = 7 \cdot 4$ } 7 es divisor
 $-28 = 7 \cdot (-4)$ } de 28 y -28
- Un número y su opuesto tienen los mismos divisores. Si b es divisor de a , entonces b es divisor de $-a$. Los divisores de 38 son 1, 2, 19, 38, -1, -2, -19, -38 } 38 y -38 tienen los mismos
Los divisores de 38 son 1, 2, 19, 38, -1, -2, -19, -38 } divisores enteros
- El **divisor común mayor (d.c.m.)** de un conjunto de números es el mayor divisor positivo que tienen en común esos números. Para encontrarlo se aplica la regla estudiada en N.
- El **múltiplo común menor (m.c.m.)** de un conjunto de números es el menor múltiplo positivo que tienen en común esos números. Para encontrarlo se aplica la regla estudiada en N.



Operaciones combinadas

Para resolver un cálculo combinando las operaciones con enteros, pueden seguir el siguiente orden:

$$(4 - 2)^2 \cdot 3 + \sqrt[3]{-8} - (-2) = \longrightarrow$$

Se separa en términos.

$$2^2 \cdot 3 + \sqrt[3]{-8} - (-2) = \longrightarrow$$

Se resuelven las operaciones que están dentro de los paréntesis.

$$4 \cdot 3 + (-2) - (-2) = \longrightarrow$$

Se resuelven las potencias y las raíces.

$$12 + (-2) - (-2) = \longrightarrow$$

Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones.

$$12 - 2 + 2 = 12 \longrightarrow$$

Se resuelven las sumas y restas.

ACTIVIDADES

27) Escribe todos los divisores de:

- a) 30 _____ c) 32 _____
b) -12 _____ d) -1 _____

28) Escribe todos los múltiplos de 7 comprendidos entre:

- a) 100 y 150 _____
b) -75 y -20 _____

29) Completa la tabla:

	a	b	dcm(a,b)	mcm(a,b)
24.1)	-50	12		
24.2)	-36	60		
24.3)	-15	-10		



30) Resolvé separando en términos:

$$a) (-1)^3 \cdot 2^{2^3} + ((-3)^2)^3 - (-4) \cdot 2^2 =$$

$$b) \sqrt[3]{11^2 \cdot 11} + (\sqrt[3]{8})^3 + (-1) \cdot 3^3 \cdot \sqrt{121} - (-1)^4 \cdot 3 \cdot \sqrt[4]{7^4} + (-1)^5 \cdot \sqrt[3]{5^4} =$$

$$c) \sqrt{25+75} - 2^2 \cdot \sqrt[3]{16(-2^2)} + ((-1)^2)^3 \cdot (-5)^3 - (-1)^6 \cdot (-1)^5 =$$

$$d) \sqrt{1331} : 11 + \sqrt[3]{-54} : 2 - \sqrt[3]{-1} \cdot \sqrt[3]{8} =$$

$$e) 2^5 : 2^3 - \sqrt[5]{3^7} : 3^2 + (-1)^3 \cdot (-\sqrt{16}) =$$

$$f) (-3) \cdot (-2)^3 + \sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{(-8)} - (-1+3-2 \cdot (-5)) =$$

Respuestas:

a) 247 b) -324 c) -130

d) 10 e) 5 f) 10

31)

• Separa en términos y resuelve cada uno de los siguientes cálculos combinados

$$A) \sqrt{5^2 - 3^2} + [12 : (-2) \cdot 3] : (-3)^2 =$$

$$E) (5^2 - 4^2)^2 + \sqrt[3]{-10} \cdot \sqrt[3]{10^2} + 5 =$$

$$B) \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{-16} + (-3)^5 : (-3)^2 - (-16) =$$

$$F) \sqrt[4]{81} - (3^0 + 7^2) : 10 - (2^2)^3 =$$

$$C) \sqrt[3]{-5^2 - 2} - 2^3 + (-3 - 1)^2 =$$

$$G) -7 \cdot (2 - 4^2) + 2^{11} : 2^7 - \sqrt{\sqrt{81}} =$$

$$D) (-3) \cdot 3 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - (36 : 3^2 - 10) =$$

$$H) (-2)^8 : (-2)^3 - [12 : (-3) + 1]^2 + 18 : 3 =$$

Respuestas: **A. 2**

B. -13

C. 5

D. -17

E. 76

F. -66

G. 111

H. -35

32)

Aplicá propiedad distributiva y resolvé

$$a) (2 + 3 + 7) \cdot 2 =$$

$$b) (5 - 2 + 6) \cdot (-4) =$$

$$c) (27 - 12 + 3 - 30) : (-3) =$$

$$d) (-3) \cdot (10 - 3 + 3 - 13) =$$

$$e) (-16 + 36 - 4 + 20) : (+4) =$$

$$f) 5 \cdot (7 - 0 + 4) =$$



33)

Resuelvan los siguientes cálculos combinados.

1) $3 \cdot (2 - 8) + (-5)^2 - (1 - 7) =$

2) $23 + 6 : \sqrt[3]{-8} - (-9 + 12)^3 =$

3) $-11 + (-2)^3 \cdot (-1) + \sqrt{36} =$

4) $(-4 \cdot 12 + 36)^2 - \sqrt{4 \cdot 5^2} =$

5) $\sqrt[3]{-125} + 4^3 : (-8) - 2 \cdot \sqrt{81} =$

6) $\sqrt{-6^2 + 10^2} - 12 : 2^2 + (7 - 9)^4 =$

7) $\sqrt{(8 : 2 - 7) \cdot (-12)} - 3^2 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$

8) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} - (5 - 3^2)^3 + 8 : 2 \cdot (-5) =$

Respuestas: : 1. 13 2. -7
3. 3 4. 134 5. -31
6. 21 7. -1 8. 53

34)

¿Qué propiedad se encuentra representada en cada una de las siguientes igualdades?

a) $x \cdot 1 = x$

b) $m + n = n + m$

c) $a + (b + c) = (a + b) + c$

d) $b \cdot c = c \cdot b$

e) $c \cdot (b + d) = c \cdot b + c \cdot d$

35)

Resolvé separando en términos:

a) $(-2) \cdot 1 + (-3) \cdot (-4) - (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) + 2 \cdot (-5) =$

b) $(2 + (-8)) : 3 + 4 \cdot (5 - (-2)) - (-1 + (-3 \cdot 2)) \cdot 10 =$

c) $(-1) \cdot 2 + (-2) \cdot 3 - (-3) \cdot 4 + (-4) \cdot 5 - (-5) \cdot 6$

Respuestas: a) 6 b) 96 c) 10

36)

Aplica propiedad distributiva en los siguientes binomios:

a) $(1 + 3) \cdot (n + 4) =$ b) $(b - a) \cdot (b - 3) =$ c) $(b + c) \cdot (d - e) =$

d) $(x + 3) \cdot (x + 1) =$ e) $(x - 2) \cdot (x - 4) =$